



T.C.

ALANYA ALAADDİN KEKUBAT ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ÇOK ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLERİ ÇÖZME
SÜRECİNDEKİ MATEMATİKSEL YARATICILIKLARININ İNCELENMESİ:
BİR DURUM ÇALIŞMASI

Yüksek Lisans Tezi

Miray ALÇI AYDOĞAN

Danışman

Doç. Dr. Tuğba UYGUN

ALANYA

2024

T.C.
ALANYA ALAADDİN KEYKUBAT ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ÇOK ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLERİ ÇÖZME
SÜRECİNDEKİ MATEMATİKSEL YARATICILIKLARININ İNCELENMESİ:
BİR DURUM ÇALIŞMASI

Yüksek Lisans Tezi

Miray ALÇI AYDOĞAN

Anabilim Dalı: Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Program Adı: Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans

Danışman

Doç. Dr. Tuğba UYGUN

ALANYA

(2024)

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Miray ALÇI AYDOĞAN 'ın “Ortaokul Öğrencilerinin Çok Çözümlü Problemleri Çözme Sürecindeki Matematiksel Yaratıcılıklarının İncelenmesi: Bir Durum Çalışması” başlıklı tezi 13/06/2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek “Alanya Alaaddin Keykubat Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliği”nin ilgili maddeleri uyarınca, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak oy birliği/oy çokluğu ile kabul edilmiştir.

	Unvanı-Adı Soyadı	İmza
Üye (Tez Danışmanı) :	Doç. Dr. Tuğba UYGUN
Üye	: Dr. Rahime DERE
Üye	: Doç. Dr. Elif ERTEM
Üye	:
Üye	:

Prof. Dr. Kemal VATANSEVER

Enstitü Müdürü

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilemeyen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmamın Alanya Alaaddin Keykubat Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programıyla tarandığını ve “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçlara razı olduğumu bildiririm.

.....

(İmza)

Miray ALÇI AYDOĞAN

(Adı-Soyadı)

TEŞEKKÜR

Lisansüstü eğitimim boyunca ilgi ve anlayış çerçevesinde bana her türlü desteği sağlayan ve bilgisi ile ışık tutan değerli danışmanım Sayın Doç. Dr. Tuğba UYGUN' a ve ALKÜ Eğitim Fakültesi'nde bulunan saygıdeğer hocalarıma,

Beni bugünlere getiren, eğitimim için maddi ve manevi desteğini hiç esirgemeyen, sevgisini hep kalbimde hissettiğim rahmetli babam Mustafa ALÇI' ya, beni her zaman cesaretlendiren ve azmi ile bana örnek olan canım annem Meryem ALÇI' ya, yüksek lisans yapmam için bana ilham veren ve desteğini her zaman yanımda hissettiğim biricik kardeşim Merve ALÇI YÜCEL' e,

Bu süreçte hep yanımda olan ve her koşulda en büyük destekçim, sevgili eşim Ozan AYDOĞAN' a, tez yazım sürecinde kaliteli vakit geçiremediğim ve zamanlarından çaldığım güzel kızım Belis Ada AYDOĞAN ve canım oğlum Mustafa Çağan AYDOĞAN' a,

Başarıları ile her zaman gurur duyduğum ve kendisinden güç aldığım sevgili kardeşim Turaç AYDOĞAN' a, bana her zaman güvenen ve yanımda olduğunu hissettiren ikinci ailem Şerif AYDOĞAN ve Remziye AYDOĞAN' a tüm kalbimle teşekkürlerimi sunarım.

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN ÇOK ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLERİ ÇÖZME SÜRECİNDEKİ MATEMATİKSEL YARATICILIKLARININ İNCELENMESİ: BİR DURUM ÇALIŞMASI

Miray ALÇI AYDOĞAN

Matematik Eğitimi Ana Bilim Dalı

Alanya Alaaddin Keykubat Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü,

Haziran, 2024 (148 Sayfa)

Bu araştırmanın amacı ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin çok çözümlü problemlere ürettikleri farklı çözüm yollarının incelenmesi ve matematiksel yaratıcılığın çok çözümlü problemler aracılığıyla değerlendirilmesidir.

Bu çalışmada, nitel araştırma deseni olarak durum çalışması kullanılmıştır. Araştırma, 2023-2024 akademik yılında, Antalya'da MEB'e bağlı bir ortaokulda gerçekleştirilmiştir. Araştırmada, bu devlet ortaokulunun 7. sınıflarından 5 öğrenci ve 8. sınıflarından 5 öğrenci olmak üzere toplam 10 öğrenci yer almıştır. Her bir öğrenciye araştırmacı tarafından 5 adet açık uçlu çok çözümlü problem verilmiştir. Öğrencilerden çok çözümlü problemlere farklı yollardan çözümler üretmeleri istenmiştir. Öğrencilerle bir ders saati süresinde klinik görüşmeler yapılarak veriler toplanmıştır. Araştırmanın bulguları betimsel analiz yoluyla incelenmiştir. Araştırmanın verileri, Wallas (1926)'ın hazırlık, kuluçka aydınlanma ve doğrulama aşamalarından oluşan yaratıcılık modelinden yararlanılarak analiz edilmiştir.

Çalışmanın sonuçları incelendiğinde, 7. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin genel olarak açık uçlu çok çözümlü problemlere fazla çözüm yolu üretmedikleri görülmüştür. Ancak öğrencilerin problemin türüne göre bazı problemlerde matematiksel yaratıcılıklarını daha etkili bir şekilde sergileyebildikleri gözlemlenmiştir. 8 sınıfa devam eden öğrenciler, 7. sınıflara kıyasla genel olarak, problemlere daha fazla çözüm yolu üretebildikleri gözlemlenmiştir. Yaratıcılık aşamaları açısından yapılan incelemelerde ise 8. sınıf öğrencilerinin aydınlanma ve doğrulama aşamalarını tam ve etkili bir şekilde gerçekleştirdikleri görülmüştür. 7. sınıf öğrencileri ise hazırlık ve kuluçka aşamalarını genel olarak tamamlamış fakat aydınlanma ve doğrulama aşamalarını yeterli ölçüde gerçekleştirememişlerdir.

Anahtar kelimeler: Matematiksel yaratıcılık, problem çözme, çok çözümlü problemler.

ABSTRACT

INVESTIGATING MATHEMATICAL CREATIVITY IN THE PROCESS OF SOLVING MULTI-SOLUTION PROBLEMS AMONG MIDDLE SCHOOL STUDENTS: A CASE STUDY

Miray ALÇI AYDOĞAN

Department of Mathematics Education

Graduate School of Alanya Alaaddin Keykubat University

June, 2024

The aim of this study is to examine the different solution methods generated by 7th and 8th grade middle school students for multi-solution problems and to evaluate mathematical creativity through these multi-solution problems.

In this study, a case study was used as the qualitative research design. The research was conducted in a middle school affiliated with the Ministry of National Education in Antalya during the 2023-2024 academic year. A total of 10 students participated in the study, including 5 students from the 7th grade and 5 students from the 8th grade of this public middle school. Each student was given 5 open-ended multi-solution problems by the researcher. Students were asked to generate solutions to the multi-solution problems in different ways. Data were collected through clinical interviews conducted with students during a class period. The findings of the research were analyzed through descriptive analysis. The data of the study were analyzed using Wallas's (1926) creativity model, which consists of the stages of preparation, incubation, illumination, and verification.

When the results of the study were examined, it was seen that 7th grade students generally could not generate many solutions to the open-ended multi-solution problems. However, it was observed that students could exhibit their mathematical creativity more effectively in some problems depending on the type of problem. 8th grade students, compared to 7th graders, were generally observed to be able to generate more solutions to the problems. In terms of the stages of creativity, it was found that 8th grade students completed the illumination and verification stages fully and effectively. On the other hand, 7th grade students generally completed the preparation and incubation stages but did not adequately fulfill the illumination and verification stages.

Keywords: Mathematical creativity, problem solving, multi-solution problems.

İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER

İÇ KAPAK SAYFASI

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI	i
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ	ii
TEŞEKKÜR	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİLLER LİSTESİ	viii
TABLolar LİSTESİ	x
KISALTMALAR LİSTESİ	xi
1. GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Çalışmanın Amacı	5
1.3. Araştırma Soruları	6
1.4. Çalışmanın Önemi	6
1.5. Sayıtlar	8
1.6. Sınırlılıklar	8
2. LİTERATÜR	9
2.1. Yaratıcılık	9
2.1.1. Yaratıcı Düşünme Becerileri	10
2.1.2. Farklı yaklaşımlara göre yaratıcılık	13
2.1.2.1. Bazı modern yaratıcılık kuramları	16
2.1.3. Matematiksel yaratıcılık	19
2.1.3.1. Matematiksel yaratıcılık için gerekli olan beceriler	23
2.2. Problem Çözme	25
2.2.1. Çok çözümlü problemler	28
2.2.1.1. Çok çözümlü problemleri çözme sürecinde matematiksel yaratıcılığın kullanılması	30
2.3. İlgili Araştırmalar	33
3. YÖNTEM	41
3.1. Araştırmanın Modeli	41
3.2. Araştırmanın Katılımcıları	42

3.3. Veri Toplama.....	42
3.3.1. Veri toplama araçları	43
3.3.1.1. Klinik görüşme	43
3.3.1.2. Çok çözümlü problemler	44
3.3.1.2.1. Çok çözümlü problemler testi	44
3.4. Verilerin Analizi.....	45
3.4.1. Geçerlik ve güvenilirlik	47
4. BULGULAR	48
4.1. Öğrencilerin Kutu Problemine Ait Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular.....	48
4.2. Öğrencilerin Top Problemine Ait Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular.....	57
4.3. Konser Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular.....	66
4.4. Öğrencilerin Kurabiye Problemine Ait Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular.....	76
4.5. Trafik Lambası Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular	81
4.6. Şeker Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular.....	87
4.7. Kek Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular	94
4.8. Salyangoz Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular.....	100
4.9. Turnuva Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular.....	107
4.10. Kitap Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular.....	113
5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER	119
5.1. Tartışma ve Sonuç	119
5.2. Öneriler	123
5.2.1. Uygulamaya yönelik öneriler.....	123
5.2.2. Yapılacak araştırmalara yönelik öneriler.....	123
6. KAYNAKLAR	124
7. EKLER.....	131
Ek 1: 7. Sınıf Çok Çözümlü Problemler.....	131
Ek 2: 8. Sınıf Çok Çözümlü Problemler.....	132
ÖZGEÇMİŞ	133

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 4.1. Kutu Problemini Şekil Veya Diyagram Kullanma Yöntemiyle Çözen Öğrenci Cevabı	49
Şekil 4.2. Kutu Problemine Farklı Bir Şekil Çizen Ö1'in Cevabı.....	50
Şekil 4.3. Kutu Problemini Orantı Kurma Stratejisiyle Çözen Öğrenci Cevabı	50
Şekil 4.4. Kutu Problemini Dört İşlem Yapma Yöntemiyle Çözen Öğrenci Cevabı.....	51
Şekil 4.5. Kutu Probleminin Çözümünü Farklı Bir Şekil Çizerek Çözen Ö5'in Cevabı	52
Şekil 4.6. Top Problemini Dört İşlem Yapma Yöntemiyle Çözen Öğrenci Cevabı.....	58
Şekil 4.7. Top Problemini Dört İşlem Yapma Yöntemiyle Çözen Ö1'in Cevabı	59
Şekil 4.8. Top Probleminin Sonucunu Hatalı Olarak Bulan Ö2'nin Cevabı	60
Şekil 4.9. Top Problemine Ö3 Öğrencisinin Yaptığı Çözüm.....	61
Şekil 4.10. Top Problemini Şekil Çizme Yöntemiyle Çözen Ö5'in Cevabı	62
Şekil 4.11. Konser Problemini Orantı Kurma Yöntemiyle Çözen Öğrenci Cevabı	67
Şekil 4.12. Konser Problemini Şekil Çizerek Çözen Ö1'in Cevabı.....	67
Şekil 4.13. Konser Problemini Şekil Çizme Yoluyla Çözen Ö2'nin Cevabı.....	69
Şekil 4.14. Konser Problemini Örüntü Oluşturma Yöntemiyle Çözen Öğrenci Cevabı	70
Şekil 4.15. Konser Problemini Örüntü Kurma Yoluyla Çözen Ö4'ün Cevabı.....	71
Şekil 4.16. Kurabiye Problemini Geriye Doğru Çalışma Yöntemiyle Çözen Ö4'ün Cevabı	78
Şekil 4.17. Kurabiye Problemine Çözüm Yolu Bulamayan Ö2'nin Cevabı	79
Şekil 4.18. Trafik Lambası Problemini Örüntü Kurma Yoluyla Çözen Öğrenci Cevabı	82
Şekil 4.19. Trafik Lambası Probleminin Çözümünü Bölmede Kalanı Yorumlayarak Bulan Ö4'ün Cevabı.....	84
Şekil 4.20. Trafik Lambasına Ö5 Öğrencisinin Yaptığı Çözüm	84
Şekil 4.21. Şeker Problemini Denklem Kurma Yöntemiyle Çözen Öğrenci Cevabı	88
Şekil 4.22. Şeker Problemini Şekil Çizme Yöntemiyle Çözen Ö7'nin Cevabı.....	89
Şekil 4.23. Şeker Problemini Denklem Kurma Yöntemiyle Çözen Ö7'nin Cevabı	90
Şekil 4.24. Şeker Problemine Ö7 Öğrencisinin Doğrulama Aşamasında Yaptığı İşlem	92
Şekil 4.25. Doğrulama Aşamasını Tamamlayan Ö10 Öğrencisinin Yaptığı İşlemler.....	92
Şekil 4.26. Kek Problemini Şekil Çizme Yöntemiyle Çözen Öğrenci Cevabı.....	95
Şekil 4.27. Kek Problemini İşlem Yapma Yöntemiyle Çözen Ö9'un Cevabı	97

Şekil 4.28. Kek Problemini Deneme-Yanılma Yöntemiyle Çözen Ö10'un Cevabı.....	98
Şekil 4.29. Salyangoz Problemini Dört İşlem Yapma Yöntemiyle Çözen Öğrenci Cevabı	101
Şekil 4.30. Salyangoz Problemini Geriye Doğru Çalışma Yöntemiyle Çözen Ö7'nin Cevabı	102
Şekil 4.31. Salyangoz Problemine Ö8 Öğrencisinin Yaptığı Hatalı Çözüm.....	103
Şekil 4.32. Salyangoz Problemini Örüntü Oluşturma Yöntemiyle Çözen Ö6'nın Cevabı	104
Şekil 4.33. Salyangoz Problemine Ö10 Öğrencisinin Yaptığı Çözüm	105
Şekil 4.34. Salyangoz Problemine Şekil Çizme Yöntemi İle Çözen Ö7 Öğrencisinin Cevabı	106
Şekil 4.35. Turnuva Problemini İşlem Yapma Yöntemiyle Çözen Öğrenci Cevabı.....	108
Şekil 4.36. Turnuva Problemini Örüntü Oluşturma Yöntemiyle Çözen Ö7'nin Cevabı	109
Şekil 4.37. Turnuva Problemini Şekil Kullanma Yöntemini Kullanarak Çözüm Yapan Öğrenci Cevabı	109
Şekil 4.38. Turnuva Problemini Şekil Çizme Yöntemiyle Çözen Ö9'un Cevabı	110
Şekil 4.39. Turnuva Problemini Bağlantı Bulma Yöntemi İle Çözen Ö10'un Cevabı...	111
Şekil 4.40. Kitap Problemini Ekok Yöntemiyle Çözen Öğrenci Cevabı.....	114
Şekil 4.41. Kitap Problemini Ekok Yöntemiyle Çözen Öğrenci Cevabı.....	115
Şekil 4.42. Kitap Problemini Örüntü Oluşturma Yöntemiyle Çözen Ö8'in Cevabı.....	116

TABLolar LİSTESİ

Tablo 4.1. Kutu Probleminde Her Bir Öğrencinin Yaptığı Farklı Çözüm Yollarının Sayısı.....	48
Tablo 4.2. Top Probleminde Her Bir Öğrencinin Yaptığı Farklı Çözüm Yollarının Sayısı	57
Tablo 4.3. Konser Problemine Her Bir Öğrencinin Ürettiği Farklı Çözüm Yollarının Sayısı.....	66
Tablo 4.4. Kurabiye Probleminde Her Bir Öğrencinin Yaptığı Farklı Çözüm Yollarının Sayısı.....	76
Tablo 4.5. Trafik Lambası Problemine Her Bir Öğrencinin Yaptığı Farklı Çözüm Yollarının Sayısı.....	81
Tablo 4.6. Şeker Problemine Her Bir Öğrencinin Yaptığı Farklı Çözüm Yollarının Sayısı	87
Tablo 4.7. Öğrencilerin Kek Problemine Yaptığı Farklı Çözüm Yollarının Sayısı	94
Tablo 4.8. Salyangoz Problemine Her Bir Öğrencinin Yaptığı Farklı Çözüm Yollarının Sayısı.....	100
Tablo 4.9. Turnuva Problemine Her Bir Öğrencinin Yaptığı Farklı Çözüm Yollarının Sayısı.....	108
Tablo 4.10. Kitap Problemine Her Bir Öğrencinin Yaptığı Farklı Çözüm Yollarının Sayısı.....	113

KISALTMALAR LİSTESİ

P21	Program ve Öğretimde 21. Yüzyıl Beceri Çerçevesi
WEF	Dünya Ekonomik Forumu
MEB	Milli Eğitim Bakanlığı
NCTM	Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi
PISA	Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı
OECD	Ekonomik Kalkınma ve İş Birliği Örgütü
TDK	Türk Dil Kurumu
ABD	Amerika Birleşik Devletleri
MYD	Matematikselsel Yaratıcı Düşünme
NAEP	Ulusal Eğitimsel Gelişimi Değerlendirme Birimi
PTÖ	Problem Temelli Öğrenme
BİLSEM	Bilim ve Sanat Merkezleri
TÜBİTAK	Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu

1. GİRİŞ

1.1. Problem Durumu

Dünyada teknolojinin hızla gelişimine ayak uydurmaya çalışan bireyler günlük yaşamımızın her alanında farklı problemlerle karşılaşmaktadır. Teknolojinin hızlı gelişimi bireylerin farklı becerilere ve yeni fikirlere sahip olmasını gerektirmektedir. Bu bağlamda bireylerden beklenen 21. Yüzyıl becerileri olarak literatürde birçok farklı görüş bulunsa da Partnership for 21st Century Skills (P21, 2009) tarafından belirtilen becerilerin genel kabul gördüğü söylenebilir. P21 (2009)'a göre, bireylerin günümüz dünyasındaki değişim ve gelişimlere uyum sağlayabilmeleri için sahip olmaları gereken beceriler, öğrenme ve yenilikçilik becerileri kapsamında; yenilikçilik, yaratıcılık, problem çözme, eleştirel düşünme, iş birliği ve iletişim olarak karşımıza çıkmaktadır. Medya, bilgi ve teknoloji becerileri; medya okuryazarlığı, bilgi okuryazarlığı ve teknoloji okuryazarlığı olarak belirtilmektedir. Kariyer ve yaşam becerileri ise girişimcilik, esneklik, uyum, öz yönetim, verimli olma, sosyal yaşam becerileri, liderlik, hesap verebilirlik ve sorumluluk olarak kabul edilmektedir. Benzer olarak, World Economic Forum (WEF) tarafından belirlenen beceriler, analitik ve eleştirel düşünme, karmaşık problem çözme, özgünlük, liderlik becerileri, duygusal zeka, iş birliği yapabilme, değerlendirme ve karar verme, kavramsal esneklik, anlaşma becerileri ve hizmet odaklı olma olarak tanımlanmıştır (Gray, 2016).

Teknolojinin birçok alanında kullanılan yaratıcılık ve problem çözme becerileri matematiğe dayalı olarak karşımıza çıkmakta ve karmaşık durumların üstesinden gelmek için önem teşkil etmektedir. Bu becerilerin kazandırılmasında ise ilk olarak okullarda iyi bir matematik eğitiminin verilmesi gerekmektedir. Bilgi çağında başarılı bireyler yetiştirebilmek için matematiksel düşünme yeteneğine ve problem çözme becerisine sahip olan bireylere ihtiyaç duyulmaktadır. Matematiksel düşünme yeteneği, bir problemi anlama, deneyimlerden yararlanma ve karşılaşılan bir sorun üzerine yoğunlaşma gibi çeşitli etkinlikler sayesinde ilerletilebilir (Hacısalıhoğlu, Mirasyedioğlu & Akpınar, 2003). Bu bağlamda görüldüğü üzere matematiksel düşünmenin ilk ve en önemli bileşeni problem çözme olarak karşımıza çıkmaktadır. Problem çözme, öğrencilerin somut olmayan durumları kavrayabilme, açıklama, sembolize etme, özelden genele ulaşabilme, kanıtlama ve güncel fikirler sunma gibi matematikte kullanılan başlıca yöntemler hakkında tecrübe edinmelerine imkan tanır (Busbridge & Özçelik, 1997). Bu durumlar

göz önüne alındığında bir problem çözme sürecindeki tüm koşullarda matematiksel düşünme de doğal olarak ortaya çıkmaktadır. (Yeşildere, 2006; Akt: Arslan & Yıldız, 2010).

Bu nedenle, günümüz teknolojisinde matematiksel problem çözme becerilerinin geliştirilmesi kaçınılmaz bir gerekliliktir. Matematik, sadece teknolojik sistemleri anlamamıza ve yönetmemize yardımcı olmakla kalmaz, aynı zamanda bilgi çağında başarılı olmak için gerekli olan analitik düşünme ve eleştirel düşünme becerilerinin de temelini oluşturur. Bu nedenle, modern eğitim sistemlerinde matematiksel problem çözme becerilerine ve matematiksel düşünme yeteneklerine daha fazla önem verilmesi gerekmektedir. Gelecekte karşısına çıkan problemlerle baş edebilecek kişilerin yetiştirilmesi eğitimin öncelikli hedeflerinden biridir (Charles & Lester, 1982:15). Gün geçtikçe gelişen ve aynı zamanda karışık bir hale gelen toplum yapısı, teknolojinin hızlı gelişimi, siyasi, sosyal ve ekonomik krizler bireyin problemlerinin artmasına neden olmaktadır. Sonuç olarak problem çözme becerisine sahip olmanın ne kadar önemli olduğu görülmektedir. Dolayısıyla bireyleri hayata hazırlayan okullarda matematik eğitiminin temel bileşenlerinden bir tanesi de problem çözme yeterliliği olarak karşımıza çıkmaktadır.

Öğrencilerin bilişsel ve problem çözme yeterliliklerini ilerletmek için, matematik eğitimi temel bir araçtır. Matematik eğitiminin, eğitim alanındaki önemi çok büyüktür, öyle ki matematik öğrenciyi merak etmeye, araştırma yapmaya ve düşünmeye yönelten, kompleks olaylarda ne şekilde akıl yürütmesi gerektiğini sağlayan bir alandır (Günhan, 2006). Bir problemle karşılaşan birey öncelikle problemi anlayıp çözüm yolları aramaya başlayacak ve böylece problem çözme sürecine başlayacaktır. Matematik eğitiminin en önemli amaçlarından birisi de problem çözmedir. (Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), 2017; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM; Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi], 2000). Problem çözme yeterliliği ile hayat boyu karşımıza çıkan sorunlarla baş etmeye çalışan bireylerin özgüven duygularının arttırılması sağlanmakta ve bir probleme çözüm bulmaları daha basit bir hale gelmektedir (NCTM, 2000). Ayrıca problem çözme becerisine sahip olan bireyler, yaratıcı, eleştirel ve yansıtıcı düşünme becerilerini de kullanmakta, analiz ve sentez yaparak kendisini geliştirmektedir (Soylu & Soylu, 2006). Ancak, ortaokul düzeyindeki matematik öğretiminde karşılaştığımız bazı zorluklar bulunmaktadır. Bunlardan birisi öğrencilerin sadece temel problemleri çözme yeteneklerini geliştirmek ve çoğu öğrencinin daha ileriye gitmesini sağlayamamaktır.

Oysaki öğrencilerin aynı zamanda farklı ve yaratıcı yaklaşımlar geliştirme becerilerini de kazanmaları gerekmektedir. İşte bu noktada eğitim sisteminde daha fazla yer verilmesi gereken çok çözümlü problemler, bu tür yaratıcı fikir üretme ve bireyleri problem çözebilmeye teşvik etmek için uygun bir araç olarak görülmektedir. Nitekim ortaokul öğrencilerinin çok çözümlü problemleri çözerken sergiledikleri matematiksel yaratıcılığın doğası ve bu yaratıcılığın problem çözme sürecine nasıl yansıdığı konusunda daha derinlemesine bir anlayışa ihtiyaç vardır.

Ortaokul düzeyindeki öğrencilerin problem çözme becerileri, onların matematiksel yetkinliklerinin ve bilişsel gelişimlerinin önemli bir göstergesidir. Problem çözme, karmaşık sorunları anlama, analiz etme, farklı çözüm yolları üretme ve sonuçları değerlendirme sürecidir. Öğrencilerin problem çözme becerileri, sadece matematik derslerinde değil, aynı zamanda günlük yaşamlarında karşılaştıkları zorlukların üstesinden gelmelerine de yardımcı olur. Problem çözme süreci, öğrencilere esnek düşünme, yaratıcılık ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirme fırsatı sunar. Örneğin, bir matematik problemi karşısında farklı yaklaşımlar deneyen ve alternatif çözüm yolları bulmaya çalışan bir öğrenci, matematiksel yaratıcılığını sergilemektedir. San (1979)'a göre yaratıcı olma herkeste bulunan ve günlük hayatın içinde yer alan becerilerden biridir. Dolayısıyla yaratıcılığın tüm kavramsal ve sosyal aktivitelerde, birçok çalışmayı ve mesleği kapsadığı, bu becerinin yaşamımızın birçok alanının gelişimine katkı sağladığı ve bireyin gelişiminde de önemli bir temel olduğu düşünülmektedir (Aydoğdu & Yüksel, 2013). Bu durumda matematik eğitiminin dünyadaki yeri ve önemi, ülkelerin matematik anlamında gelişmişlik düzeyleri konuyla ilgili olarak önem teşkil etmektedir.

Matematik, dünya genelinde evrensel bir dil olarak kabul edilir ve her kültürde önemli bir yer tutar. Günümüzde, teknolojinin hızla ilerlemesi ve bilgi çağının gerektirdiği becerilerin değişmesi nedeniyle, matematik becerilerinin ve anlayışının önemi giderek artmaktadır. Matematik, bilim, mühendislik, ekonomi ve birçok diğer alanda temel bir araçtır ve insanlığın ilerlemesine katkı sağlar. Ancak, matematik eğitimi dünya genelinde farklılık gösterir ve bazı ülkeler daha başarılı bir matematik eğitim sistemiyle öne çıkar. Programme for International Student Assessment (PISA, Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı) 2022'ye göre, dünya ülkelerinin matematik sıralaması aşağıdaki şekildedir:

PISA 2022 Matematik sıralamasına göre, 1. ülke 575 puanla Singapur, 2. ülke 552 puanla Makao, 3. ülke 547 puanla Tayvan, 4. ülke 540 puanla Hong Kong, 5. ülke 536 puanla Japonya, 6. ülke 527 puanla Güney Kore, 7. ülke 510 puanla Estonya, 8. ülke 508 puanlı İsviçre, 9. ülke 497 puanla Kanada, 10. ülke 493 puanla Hollanda olmuştur. Türkiye ise, 37 Ekonomik Kalkınma ve İş Birliği Örgütü (OECD) ülkesi arasında, matematik alanında 32. olmuştur (<https://tr.euronews.com>, 2023).

Türkiye'de matematik eğitimi, uzun bir tarihe sahiptir ve eğitim sisteminin önemli bir parçasını oluşturur. Ancak, uluslararası sınavlara göre Türkiye'nin matematik başarısı, bazı gelişmiş ülkelerin gerisinde kalmaktadır. Özellikle uluslararası sınavlarda Türkiye'nin yer aldığı sıralamalara bakıldığında, matematikteki performansının istenilen seviyede olmadığı görülmektedir. Bu durum, Türkiye'deki matematik eğitim sisteminin bazı zorluklarla karşı karşıya olduğunu ve geliştirilmesi gerektiğini işaret etmektedir. Türkiye'nin matematik eğitimindeki başarısızlığını anlamak ve geliştirmek için daha fazla çaba harcanması gerekmektedir. Öğrencilerin matematiksel kavramları anlayabilmesi, matematik becerilerini ilerletebilmesi, problem çözebilmesi, matematik dilini iyi kullanabilmesi, üst zihinsel becerileri kullanabilmesi ve matematiğe karşı olumlu bir tutum geliştirmesi, matematik dersi öğretim programının temel amaçlarındandır. (MEB, 2018a). Ancak okullarda genel olarak akademik başarıya odaklanıldığından öğrencilerin yaratıcı yönlerinin ortaya çıkarılmadığı görülmektedir. Bireylerin yaratıcı düşünebilme, yaratıcı fikir ve çözüm yolları ortaya koyabilme yeteneğini sergilemesi, okul öncesinden başlayıp üniversiteye ve devamında yaşamın her alanında önemli bir hedef olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu kapsamda yaratıcı düşünme becerisinin geliştirilmesi, Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programlarında da hedeflenerek (MEB, 2009) eğitim sisteminde yerini almaktadır.

Matematiksel yaratıcılık, öğrencilerin matematikle ilgili problemleri çözerken yeni ve orijinal çözüm yolları üretme yetenekleridir. Bu, sadece mevcut bilgileri kullanarak problem çözmekle kalmaz, aynı zamanda yaratıcı ve esnek düşünmeyle farklı bakış açıları ve çözüm stratejileri geliştirmeyi de içerir. Matematiksel yaratıcılık, öğrencilerin matematik öğrenmelerini derinleştirebilir ve onları ileri seviyede düşünmeye teşvik edebilir. Matematiksel yaratıcılık, problemlere kendi bakış açısıyla çözümler üretme ve matematiksel olarak doğru sonuca ulaşabilmek adına, matematiksel yöntemleri

kullanarak farklı çözüm yolları üretme yeteneği olarak açıklanmaktadır (Bahar & Maker, 2011). Özellikle çok çözümlü problemler gibi zorlu matematiksel görevler, öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini ortaya çıkarmaları için uygun bir platform sağlar. Bu bağlamda, ortaokul öğrencilerinin problem çözme becerilerinin ve matematiksel yaratıcılığın birlikte incelenmesi, onların matematikteki başarılarını artırmak ve bilişsel gelişimlerini desteklemek için önemlidir.

Matematiksel yaratıcılık, öğrencilerin çok çözümlü problemleri ele alırken kullandıkları yeni ve orijinal çözüm yolları üretme yetenekleridir. Çok çözümlü problemler, öğrencilere farklı yaklaşımları deneme ve alternatif çözüm yolları keşfetme fırsatı sunar. Bu tür problemler, tek bir doğru cevap yerine birçok farklı çözümü destekler ve öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini ortaya çıkarmalarını teşvik eder. Yaratıcı düşünme, bireyin zihninde istemsizce beliren bir durum olarak kendini gösteren ve birden ortaya çıkan bir ilham olarak belirtilse de bu ilhamın gelmesine kadar geçen süreçte bilinçli veya bilinçsiz bir düşünme durumu oluşur ve bu sürecin anlaşılır şekilde açıklanması için de uzun süreli bir çalışma gerektirdiği unutulmamalıdır (Mumford, 1998; Tekin, 2008). Örneğin, bir matematik problemi karşısında öğrenciler, alışılmadık bir stratejiyi deneyebilir, problemi farklı bir şekilde tanımlayabilir veya beklenmedik bir bağlantı kurabilirler. Ancak, ders kitaplarında matematiksel yaratıcılığa ne kadar yer verildiği genellikle sınırlıdır. Ders kitaplarında çoğunlukla standart problem çözme yöntemleri ve alışlagelmiş problemler bulunur. Çok çözümlü problemler ve yaratıcı düşünme stratejileri genellikle sınırlı ölçüde veya hiç yer almaz. Bu durum, öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını geliştirmelerini engelleyebilir ve sadece mekanik problem çözme becerilerini teşvik edebilir. Dolayısıyla, ders kitaplarında matematiksel yaratıcılığa daha fazla vurgu yapılması ve çok çözümlü problemlere daha fazla yer verilmesi, öğrencilerin matematikte daha derinlemesine düşüncelerini ve yaratıcı çözüm stratejileri geliştirmelerini sağlayabilir.

1.2. Çalışmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı bir devlet ortaokuluna devam eden 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin çok çözümlü problemleri farklı yollardan çözebilme konusundaki matematiksel yaratıcılıklarını incelemektir. Öğrencilere 7. sınıf ve 8. sınıf için farklı olmak üzere hazırlanan 5'er adet çok çözümlü problem verilerek, bunları farklı yöntemler kullanarak çözmeleri istenmiştir. Toplanan veriler üzerinde öğrencilerin bu problemleri

çözme sürecindeki matematiksel yaratıcılıkları, yaratıcılığın hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama aşamalarına göre derinlemesine incelenmiştir. Böylece ortaokulda matematiksel yaratıcılığın önemi ortaya konularak, matematiksel yaratıcılığın problem çözme sürecindeki etkisi açıklanmıştır. Ders kitaplarında da matematiksel yaratıcılığa daha fazla yer verilmesinin gerekli olduğu belirtilmiştir. Bu amaç doğrultusunda belirlenen araştırma problemleri ve alt problemler aşağıda verilmiştir.

1.3. Araştırma Soruları

- Ortaokul öğrencilerinin çok çözümlü problemleri çözme becerileri nasıldır?
Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin çok çözümlü problemleri çözme becerileri nasıldır?
Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin çok çözümlü problemleri çözme becerileri nasıldır?
- Ortaokul öğrencilerinin problem çözme sürecindeki matematiksel yaratıcılıkları nasıldır?
Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki matematiksel yaratıcılıkları nasıldır?
Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecindeki matematiksel yaratıcılıkları nasıldır?
- Çok çözümlü problemlerin çözüm sürecinde öğrenciler kaç farklı yol kullanmıştır?
- Öğrenciler problem çözme süreçlerinde matematiksel yaratıcılıklarını nasıl kullanmışlardır?
- Çok çözümlü problemleri farklı yollardan çözebilen öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının problem çözme sürecine etkisi nedir?

1.4. Çalışmanın Önemi

Bilgi ve teknolojinin her geçen gün daha ileriye taşındığı günümüz dünyasında sadece bilgiyi hatırlama ve klasik problem çözme becerileri yeterli olmamaktadır. Öğrencilerin yeni sınav sisteminde bilgi ile birlikte muhakeme etme becerisine de sahip olması gerekmektedir. Dolayısıyla öğrencilerin problem çözme sürecinde yaratıcı ve esnek düşünme yeteneklerine de ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bağlamda bu çalışma, ortaokul öğrencilerinin çok çözümlü problemler ile uğraşarak matematiksel yaratıcılığa teşvik edilmesi konusunda önem arz etmektedir. Ders kitaplarında sadece sorunun cevabını doğru bulmaya yönelik sorular çoğunluktadır. Bu durumda öğrencilerin yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmek için yeterli soru ve ortam oluşturulamamaktadır. Öğrencilerin yaratıcı düşünmesini sağlamak onların günlük hayatta karşılaşacağı problemlere de çözüm üretmesini sağlamaktadır. Eğitimciler ve program geliştiriciler

çoğunlukla öğrencilerin yaşamı boyunca karşısına çıkan problemler ile baş etme çabasıyla yani problemi anlama, sorunun çözümündeki önemli noktaları ve bunların birbirleriyle olan bağlantılarını keşfetme, soruyu çözüme kavuşturma ve orijinal bir çözüme ulaşma gibi becerilerine önem verirler (PISA, 2004).

Bu çalışmanın, ders kitaplarındaki problemlere yaratıcılık gerektiren çok çözümlü problemlerin de eklenmesi ve ders kitaplarının yeniden düzenlenmesi için yararlı olabileceği düşünülmektedir. Ayrıca öğretmen ve öğrencileri de yaratıcı düşünme becerileri gerektiren problemlere çözüm arayarak bu tür problemlerle uğraşmaya teşvik etmek gerekmektedir. Çok çözümlü problemler, “birden fazla yöntem kullanılarak çözülebilen matematiksel görevler ya da birden fazla yolla ispatlanan matematiksel durumlar” olarak tanımlanmaktadır (Levav-Waynberg & Leikin, 2012b, s.311). Okulda matematiksel yaratıcılığı problem çözerek gelişen bireylerin günlük hayatta da karşılaştığı problemlere daha yaratıcı çözümler bulacağı düşünülmektedir. Bir problemi birden çok yöntem kullanarak çözmeye, bireyin matematik bilgilerinin iyi bir temele sahip olmasını gerektirdiğinden onun tecrübeli bir matematikçi olduğunu gösterdiği gibi (Polya, 1997), bu süreç bireylerin matematiksel yaratıcılıklarını da ortaya koymaktadır (Ervynck, 1991; Silver, 1997; Krutetskii, 1976; Leikin & Levav-Waynberg, 2008; Leikin & Lev, 2013). Nitekim yaratıcı düşünen bireyler yenilikçi çözümler üretebilir ve teknolojinin de ilerlemesini sağlayabilir. Bu nedendir ki bireyler bir problemle karşılaştığında iyi bir plan yaparak çözüme ulaşmak için kullanılacak bilgileri düzenleme ve bunları muhakeme edebilme becerilerine sahip olmalıdır (Topal ve Alkan, 2010).

Eğitim sistemimizde genel olarak çoktan seçmeli sınavlara katılan öğrencilerin sosyal anlamda ve olayları muhakeme etme konusunda yetersiz kaldığı görülmüştür. Öğrencileri farklı düşünmeye, orijinal çözüm yolları aramaya ve günlük hayatta karşılaştığı problemlere yaratıcı çözümler bulmaya teşvik etmek amacıyla ortaokullarda yapılan yazılı sınavlarda klasik sorular ve problemler hazırlanarak bireylerin yaratıcı düşünmeye teşvik edilmesi için bir adım atılmıştır. “Ülke, il ve ilçe geneli yapılacak ortak yazılı sınavlar hariç okullar tarafından yapılacak tüm sınavlar açık uçlu veya açık uçlu ve kısa cevaplı sorulardan oluşan yazılı yoklama şeklinde yapılır” (MEB Yazılı ve Uygulamalı Sınavlar Yönergesi, 2023). Bireylerin çoğunlukla kendini ifade edemediği ve olaylara çözüm üretmediği eğitim sistemimizde bu karar yaratıcı düşünme için önem arz etmektedir.

Genel anlamda korkutucu bulunan matematik dersi yaratıcı ve ilgi çekici problemlerle daha eğlenceli hale getirilerek matematik öğrenimini daha keyifli kılabilir.

Öğrencilerin problemlere farklı yaklaşımlar geliştirmelerini, problem çözme stratejilerini esnek bir şekilde uygulayabilmelerini sağlayan problemlere ders kitaplarında daha fazla yer verilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada bir devlet ortaokulunda öğrenim görmekte olan ortaokul öğrencilerinin çok çözümlü problemlere bakış açıları ve farklı çözüm yolları incelenecektir. Literatürdeki diğer çalışmalardan farklı olarak, notu 85 ve üzeri olan 7. ve 8. Sınıf öğrencileriyle çalışılacaktır. Çalışmanın, öğrencilerin matematiksel yaratıcılık anlamında kendi yeteneklerini fark etmeleri ve ders kitaplarında çok çözümlü problemlere daha fazla yer verilmesinin matematiksel yaratıcılık için gerekli olduğunun vurgulanması bakımından önemli olduğu söylenebilir.

1.5. Sayıtlar

Araştırmanın sayıtları aşağıda sunulmuştur:

- Öğrenciler çalışmaya gönüllü olarak katılmış ve problemleri uygulama sürecinde doğal davranmışlardır.
- Öğrenciler problemleri çözerken samimi bir şekilde problem çözme becerilerini ortaya koymuşlardır.
- Öğrenciler problemleri çözme sürecinde mümkün olduğunca çaba göstermiş ve istekli bir şekilde problemleri çözmüşlerdir.

1.6. Sınırlılıklar

Araştırmanın sınırlılıkları aşağıda belirtilmiştir:

1. Araştırmanın katılımcıları, Antalya iline bağlı MEB devlet okullarına devam etmekte olan 5 tane 7. sınıf ve 5 tane 8. sınıf öğrencisiyle sınırlıdır.
2. Araştırma verileri toplanırken, öğrencilere 5 adet problem bir ders saati süresinde klinik mülakat yapılarak (40 dakika) uygulanmıştır.
3. Araştırmada matematiksel yaratıcılığın incelenmesi, öğrencilerin problemleri farklı yollardan çözebilme ve orijinal bir çözüm üretebilme becerisine göre değerlendirilecektir.

2. LİTERATÜR

2.1. Yaratıcılık

Yaratıcılığın bilimsel olarak incelenmesi yirminci yüzyılın ortalarında başlamaktadır. Son yıllarda eğitimsel anlamda yaratıcılığa olan ilgi gittikçe artmıştır. (Craft,2005; Huang vd., 2019; Smith ve Smith,2010). Yaratıcılığa duyulan ilgi bireylerin olumlu yönde gelişmesini sağlamaktadır. Bu ilgi, yaratıcılığın giderek karmaşıklaşan ve değişen bir dünyada göz ardı edilemez bir beceri olduğu, yaratıcılığın geliştirilebileceği ve eğitimde bunun için uygun ortamlar sunduğu varsayımlarına dayanmaktadır (Chan & Yuen, 2014; Davies et al., 2013; Scott, Leritz & Mumford, 2004; Wells & Claxton, 2002).

Literatür incelendiğinde yaratıcılığın birçok farklı tanımının olduğu görülmektedir. Somut ürünlere bakılarak anlaşılan yaratıcılık, aslında soyut bir kavram olmakla beraber, yaratıcılığı ölçebilmek ve bu kavrama herkes tarafından kabul görecektir ve tek bir tanım yapmak bir o kadar zordur (Mayer, 1999; Parkhurst, 1999; Runco & Jeager, 2012; Sternberg & Kaufman, 2018). Tarihsel olarak bakıldığında yaratıcılık kavramının tanımları, Guilford (1956)'un çalışmaları kapsamında açıklanmaya başlamıştır. Samurçay'a göre (1983) yaratıcılık en geniş anlamıyla, yaratma yeteneği, belirlenmiş bir amaca yönelik, orijinal ve yeni düşünceler, çıktılar, bileşenler ortaya çıkarabilme potansiyelidir. Yaratıcılık, insan hayatının ve insan hayatında meydana gelen değişimin tüm aşamalarında bulunan temel bir beceridir (San, 1979.a). Yaratıcılığı bir süreç ya da ürün şeklinde açıklayan Torrance (1969) bu kavramı "bilgideki sorunları veya boşlukları algılama, fikir veya hipotez oluşturma, bu hipotezleri test etme ve değiştirme ve sonuçları iletme sürecidir." şeklinde tanımlamıştır (s. 3-4). Türk dilinde de sıkça kullandığımız yaratıcılık kavramı, Türk Dil Kurumu (TDK) Güncel Türkçe Sözlüğe göre yaratıcı "yaratma kabiliyetine sahip olan, yaratıcı" ve "zekâ, hayal gücünü ve düşüncelerini kullanarak yeni ve soyut bir ürün ortaya çıkaran, yaratıcı" olarak tanımlanmıştır. Yaratıcı bireylerin sorunlara farklı çözümler ürettiği görülmektedir. Amabile (2012), yaratıcılığı açık uçlu sorulara yeni ve özgün cevaplar, ürünler ya da çözümler üretme olarak açıklar. Yaratıcılık, bir soruna veya soruya uygun, benzersiz bir şekilde yeni bir şey yaratmak anlamına gelir. Azimi'ye göre (2012) yenilikçi insanlar, önceden deneyimlenmemiş herhangi bir şeyi yaratabilirler.

Bir kişinin yaratıcılığını ölçmek için kullanılan ölçüm araçları, Guilford ve Torrance gibi araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir (örn. Torrance Yaratıcı Düşünce Testi). Yaratıcılığın üç temel taşına sahip olduğu belirtilmektedir (Torrance, 1972).

Bunlardan birincisi olan akıcılık, bir objenin kullanım alanlarına birden fazla örnek gösterebilme şeklinde tanımlanmaktadır. İkinci temel taş olan esneklik, değişken ve farklı durumlar arasında kolayca geçiş yapabilme olarak açıklanmaktadır. Özgünlük ise, rutin olmayan durumlarla uğraşma, özgün ve orijinal fikirler üretme olarak tanımlanmaktadır. Yaratıcı yönü güçlü olan bireyler farklı ve yeni fikirler ortaya atarak ilgi çekmeyi başarmaktadırlar. Yaratıcılık kişinin sonradan sahip olabileceği bir özellik değil, doğuştan sahip olduğu, geliştirilebilen bir yetidir (Çağdaş vd., 2003; Kuru Turaşlı, 2012). Yaratıcılık, insanın hayal gücünü ve düşünme yeteneğini kullanarak yeni ve özgün fikirler, çözümler veya ürünler ortaya koyması sürecidir. Yaratıcılık, bir sorunla karşılaşıldığında sıra dışı ve etkili bir şekilde çözüm bulma kapasitesini ifade eder. Bu, sanat, bilim, iş dünyası ve diğer birçok alanın temelini oluşturan bir yetenektir. Eğitim ortamlarında yaratıcılık, geliştirilmesi gereken önemli bir beceri olarak kabul edilir. Sınıfta yaratıcılık, hem öğrencileri iş hayatında önem arz eden yenilikçi problem çözme becerilerine sahip olmaya hazırladığı için hem de günlük yaşamlarında karşılaştığı sorunlarla etkili bir şekilde başa çıkma kapasitesini arttırdığı için kıymetlidir (Hunsaker, 2005). Yaratıcı bir kişi, mevcut durumları sorgular, geleneksel düşünce kalıplarını zorlar ve yenilikçi yaklaşımlar geliştirir. Yaratıcılık, sadece sanatsal eserler veya icatlarla sınırlı değildir; aynı zamanda iş stratejileri oluşturmak, problem çözmek, iletişim becerilerini geliştirmek ve toplumsal sorunlara çözümler bulmak gibi birçok alanda da önemlidir. Yaratıcılık, insanın özgür düşünme ve hayal gücüyle dünyayı daha iyi bir yer haline getirme potansiyelini temsil eder. Ayrıca, 21.Yüzyıl Öğrenme Çerçevesi içerisinde belirlenen ihtiyaç, yeterlilik ve beceriler de dikkate alındığında, “Öğrenme ve Yenilik Becerileri” başlığı altında yaratıcılığa ilişkin birçok kavramın bulunduğu görülmektedir (Bialik & Fadel, 2015). Bu nedenle, özellikle eğitimciler yaratıcılığı teşvik etmek ve desteklemek için çaba sarf etmelidir.

2.1.1. Yaratıcı Düşünme Becerileri

Yaratıcı düşünme birçok elemanı içeren karmaşık bir kavramdır. Bu nedenle bilim insanları, yaratıcılığı daha iyi kavramak ve açıklamak için onu sınıflandırmaya ve anlamlandırmaya çalışmışlardır. Akıcılık, esneklik, orijinallik ve ayrıntılaşma şeklinde açıklanan dört yaratıcılık kriteri, Guilford (1967) ve Torrance (1966) tarafından geliştirilen araçlarla ölçülebilmektedir (Özden, 2000). Yaratıcı düşünme; özgün fikirler ortaya atma, alternatifleri arayıp bulma, hipotezleri teşvik etme, var olanı keşfetme, yeni bir olaya aktarma yapabilme becerilerini içerisinde barındırır. Yaratıcı düşünme, bir

durumu ya da bir sorunun çözümlerini mümkün olduğunca açıklama şeklinde tanımlanabilir. Yaratıcı düşünme birçok farklı şekilde açıklandığı gibi, yaratıcı düşünme sürecinin basamaklarını anlatan açıklamalar da bulunmaktadır. Bunlardan en dikkat çeken Graham Wallas'ın 1926 yılında yaptığı sınıflamadır. Wallas yaratıcı düşünme sürecini hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama evresi olarak dört adımda incelemiştir (akt., Starko 2001).

Hazırlık evresi, problemi anlama ve bilinçli bir şekilde çözüm stratejilerini planlamayı gerektirir. İhtiyaç duyulan şey belirlenir, tanımlanır. Veriler ve gerekli malzemeler toplanır. Kuluçka evresinde birey daha rahat düşünmeye başlar ve bilinç altında bir çözüm oluşur. Farklı ve yeni fikirler ortaya çıkabilir. Bu kısa ya da uzun bir sürede gerçekleşebilir. Probleme konsantre olup uzun süre düşünme, bilinçaltında düşünme, somutlaştırma, özümseme durumları görülebilir (Özkale, Kılıç & Yelken, 2020, s.142). Aydınlanma evresi ise problem çözümünün zihinde hazır olduğu, çözümün fark edildiği aşamadır. Çözüm bir anda akla gelir ve gelişir. Değerlendirme (Doğrulama) evresi, çözüm için mantıklı düşünmenin yoğun olduğu dönemdir. Çözümler denir, eksiklik varsa tamamlanır. Çözüme karar verilen, sonucun değerlendirildiği, sağlamaların yapıldığı aşamadır.

Literatürde yaratıcı düşünme, bireylerin kendine özgü fikirler bulma kabiliyeti şeklinde açıklanmaktadır (Duff, Kurczek, Rubin, Cohen & Tranel, 2013). Araştırmacılar, Bloom Taksonomisi'nde geçtiği şekliyle, yaratıcı düşünmeyi; bir bütünün parçalarını "yeni bir ürün" üretmek için birleştirme olarak tanımlamaktadır (Beyreli & Sönmez, 2019). Yaratıcı düşünen bireyler gözlemlendiğinde tüm fikirleri bilmek istedikleri görülür çünkü çoğu şeyin bilinmesi yeni düşüncelerin ortaya çıkmasını sağlayabilir. Bu bağlamda yaratıcı düşünen bireylerin bilgiye merak duyma, birden fazla ve farklı boyutlarda özgün fikirler üretebilme, ürünleri zenginleştirme, yeniliklere açık olma, farklı yolları deneyerek ve olumsuzlukları göz ardı ederek karışık bir durumdan çözüme ulaşma, çözüm yolu üretirken vazgeçmeden denemeye devam etme ve hayal gücünün çok gelişmiş olması gibi özelliklere de sahip oldukları görülmektedir (Aslan, 2007). Yaratıcı düşünme olaylar arasında önceden düşünülmemiş bağlantılar kurma, farklı olanı düşünme, orijinal fikirler, sonuçlar üretme ve düşünme yetisidir (Özözer, 2008). Yaratıcı düşünme becerisi, kişilere ve durumlara farklı şekilde yaklaşabilme ve herkesin göremediğini fark etme, bilgileri sıralı ve sistemli kullanabilme olanağını sağlar.

Yaratıcı düşünmenin eğitim kademesinde kullanılması, ezberci öğrenmeyi ve sürekli aynı yöntemi kullanmaya çalışmayı engellemektedir. Buna karşılık var olan bilginin farklı alanlarda kullanılmasına ve bilginin değerlendirilmesine imkân verir. Bireylerin karşılaştığı problemlere çözüm bulabilen, duyarlı vatandaşlar yetiştirmek eğitimin nitelikli amaçlarındandır. Bu sebeple eğitim ortamlarında hem bilgili hem de gelişmiş derecede yaratıcı düşünebilen bireyler yetiştirmek önemli bir hedeftir (Çelik, 2015). Yaratıcı düşünme sürecinin aşamaları mantık ve akıl çerçevesinde ele alınarak bilimsel yaklaşım ile ilişkilendirilmelidir. Yaratıcı düşünme sürecinde ulaşılması gereken sadece çözüm veya ürün ortaya çıkarmak değil, buna ek olarak bu beceriyi hayatın her alanında uygulamak da bir gereklilik olarak kabul edilmelidir (Koray, 2003).

Eğitim sisteminde de çocukların sınıf atladıkça kendilerini daha az yaratıcı hissettikleri ve yaratıcılıklarını fazla gösteremedikleri farklı çalışmalarla gösterilmiştir. Örneğin, Amerika Birleşik Devletleri'nde (ABD) 1500 öğrencinin katılımıyla yapılan bir araştırmada yaratıcı düşünce becerisine sahip olan öğrenciler, daha özgüvenli ve geleceğe daha emin adımlarla ilerleyen, önlerine çıkan engelleri aşabilen bireyler olarak gözlemlenmiştir. Nitekim gerek eğitim sistemlerinde ve gerekse diğer topluluklarda yaratıcılığın engellendiği veya yeterince desteklenmediği söylenebilir. Olması gereken öğrenmeyi sürekli kılmak ve sorgulayan, yeni fikirler üreten bireyler yetiştirmektir. Yaratıcı düşünme becerileri, günümüzün karmaşık ve hızla değişen dünyasında önemli bir rekabet ortamı sağlayabilir. Yaratıcı düşünme, bireylerin problem çözme yeteneklerini geliştirerek, orijinal çözümler üretmelerine ve farklı bakış açılarıyla karmaşık sorunlara yaklaşımlarını sağlar. Teorik olarak, yaratıcı düşünme sürecini anlamak için çeşitli disiplinlerden gelen kuramlardan yararlanılabilir. Mesela daha önce bahsettiğimiz Wallas'ın Yaratıcılık Süreci modeli, yaratıcı düşünmenin aşamalarını (hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama) tanımlayarak, bu sürecin nasıl gerçekleştiğini açıklar. Bununla birlikte, yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmek için çeşitli yöntemler de kullanılabilir. Beyin fırtınası, problem temelli öğrenme, oyun ve bulmacalar, alternatif değerlendirme yöntemleri, eleştirel düşünme becerileri gibi stratejiler farklı düşünmeyi sağlayarak, yeni ve orijinal fikirlere ulaşılmasını sağlar. Yaratıcı düşünmenin etkili bir şekilde kullanılabilmesi için bireysel faktörlerin yanında çevresel ve işlevsel faktörler de etkilidir. Yani yaratıcı düşünme becerileri, bireylerin başarılarını arttırmak, kendi problemlerine de toplumsal sorunlara da en iyi şekilde çözümler bulmak için büyük bir öneme sahiptir. Bireylerin sorgulama yeteneğini geliştirebilmesi için yapması gereken, yaratıcı

düşünmeyi öğrenmektir (Grant & Grant, 2015). Yaratıcı düşünme becerilerinin geliştirilmesi, öğrencilerin kendilerini ifade etmelerini, sorunları çözmelerini ve yenilikçi düşüncelerini sağlayarak, onların başarılı ve etkili bireyler olarak yetişmelerine katkıda bulunur.

Yaratıcı düşünme sadece bir yeti değil, birden fazla beceriye sahip olmayı gerektirir. Bu alandaki çoğu araştırmaya göre, yaratıcılık, problemlere ilgi duymayı, akıcılık (birden fazla bilgi ve fikre sahip olma), esneklik (aynı durumla alakalı farklı fikirler üretme ve biri diğerine benzemeyen yöntemler kullanma), orijinallik (yeni, sıradan olmayan ve farklı olan bir çözüm oluşturma), elaborasyon (verilen sade bir olguyu ayrıntılı ve derinlemesine itinalı bir şekilde açıklayıp ilerletme) ve tekrar tasvir etme (herkesin düşündüğünden daha farklı bir yolu algılama ve işleme) kabiliyetlerini de kapsar (Torrance & Goff, 1989; s:136-137). Çoğu problem çözme açıklamasında genellikle "alternatif arayışı" adı verilen bir adım bulunur. Bu adım da yaratıcılığın gerekliliğini vurgular. Yaratıcılık genellikle anlaşılması ve gösterilmesi zor olan bir kavramdır, ancak herkesin öğrenebileceği yol ve yöntemler bulunmaktadır. Edward de Bono, odaklanma, meydan okuma, seçenekler, kavramlar vb. gibi yaratıcı teknikleri vurgulamaktadır. (De Bono, 1993; s:136-137). Yaratıcı düşünme becerileri uzun bir süredir açıkça veya örtük olarak matematik eğitiminin hedeflerinden biri olmuştur. Büyük Malang bölgesinde matematik öğretmenleriyle yapılan gözlemler ve tartışmalara dayanarak, birçok öğretmenin öğretim sırasında yaratıcı düşünmeyi önemseydiğini ve geliştirmeye çalıştığını fakat mevcut müfredat biçiminin onları daha çok kavramsal bilgileri öğretmeye yönelik zorunlu kıldığı ortaya çıkmıştır (Yayuk vd., 2018). Genellikle, matematik eğitimi öğrencilere öğretilenlerden farklı şekillerde cevap arama fırsatı sağlamamıştır. Sınıf içi öğretim, rutin problemlerle analitik düşünmenin gelişimine odaklanır. Birçok ilkökul öğretmeni, daha yüksek düşünme becerilerini gerektiren matematiksel problemler yaratma yöntemleriyle ilgili güncellemelerin eksikliğini belirtmiştir (Siswono, 2018). Hafife alınamayacak kadar mühim bir kavram olan yaratıcılık (Leikin, 2013), toplumun gelişimine katkı sağlayacak olan bireylerin yetiştirilmesi anlamında oldukça gereklidir (Esi, 2018).

2.1.2. Farklı yaklaşımlara göre yaratıcılık

Tarihsel gelişim açısından bakıldığında yaratıcılık, psikoanalitik, hümanistik, bilişsel, gestaltçı ve karmaşık yaklaşımlardan oluşmakta, farklı şekillerde tanımlanmaktadır (Demirci, 2000).

1. **Psikoanalitik yaklaşım:** Psikoanalitik yaklaşıma göre yaratıcılık, bilinçdışı olayların ve içsel dünyanın bir yansımasıdır. Bu yaklaşımda yaratıcılığın içgüdüsel bir saldırganlık olduğu söylenir. Kişinin içinde yaşadığı çatışmalar ve saldırganlık ruhu, toplum tarafından kabul gören ürünler ortaya çıkarmasını sağlar (Sönmez, 1993).
2. **Hümanistik yaklaşım:** Kişinin kendisi dışında gelişen bir kompleks ürünün oluşumu hümanistik yaklaşımı ifade eder ve bir yandan da yaşantılarda bulunan maddeler, insanlar ve olayların şartlarının oluşmasıdır (Sungur, 1992). Kişinin potansiyelini, bireysel olarak büyümesini ve tecrübelerini gerçekleştirme süreci hümanistik yaklaşımı ifade eder.
3. **Bilişsel yaklaşım:** Yaratıcılığın kavramsal süreçlerindeki çıktıları ifade eden yaklaşımdır. Bilişsel yaklaşım, kullanılan yöntemler ve zihinsel süreçlerle ilgilidir. Dikkat, algılama, kavramsal süreçler, hatırlama, problem çözme becerileri, düşünme, yaratıcılığı anlamak için gerekli olan bilişsel süreçlerdir. Yaratıcılık hem eş anlamlı hem de zıt anlamlı düşünerek, bilgileri toparlamada akıcılık, problemleri çözebilmeye esneklik ve üründe her iki durumda da oluşan özgünlüktür (Demirci, 2000).
4. **Gestalt yaklaşımı:** Bütüncül algı ve organizasyonu ifade eden bu yaklaşım, toplamın parçalarından daha az olduğunu savunur. Özgün bir probleme farklı yollar bularak en uygun olanını seçmek, Gestalt yaklaşımına göre yaratıcılığı açıklamaktadır. Problemlere farklı ve orijinal çözüm yolları bulunmasını gerektirir (Batıbay, 2011).
5. **Karmaşık yaklaşım:** Hem içsel dünyanın hem de dışsal sürecin yaratıcılığı etkilediği kabul edilen yaklaşımdır. Kişinin kültürel, çevresel, sosyal ve psikolojik etkenler doğrultusunda yaratıcılık potansiyelini açıklar. Yaratıcılık, karma yaklaşımda bilinçli olarak düzenlenen bir problemin mantıklı bir şekilde çözülmesiyle sonraki adımlarda kullanılmasıdır. Kişinin dikkatini çeken, sihir, üstün yetenek, deha gibi olguların çağrıştırdığı karakter özelliği yaratıcılık olarak açıklanmaktadır (Sungur, 1992).
6. **Pragmatik Yaklaşım:** Kullanışlı ve pratik bakış açısıyla yaratıcılığı ele alan pragmatik yaklaşıma göre öncü fikirler ve problem çözebilmeye önemlidir. Öğrenci için okul ortamında yaratıcılık, daha önce bulunmamış bir bilginin bulunması değil kendi keşfettiği özgün bir bilgidir. (Levav-Waynberg & Leikin, 2012).

Guilford (1950, 1975) ve Torrance'ın (1966, 1972) ilk çalışmaları, kısmen yaratıcılığa psikometrik yaklaşım olarak adlandırılan yaklaşımın ortaya çıkmasını sağlamıştır. Yani hem Guilford hem de Torrance yaratıcılığı veya yaratıcılık seviyesini ölçmeye yönelik yaklaşımlar geliştirdikleri için, bu ölçümler teorilerinin özünü temsil etmiştir. Dolayısıyla, zihinsel akıcılık (bir ipucundan kaç fikir üretilebildiği), esneklik (bu fikirlerin kaç farklı düşünme kategorisini temsil ettiği) ve özgünlük (bu fikirlerin ne kadar orijinal veya yeni olduğu) kavramları bu alandaki araştırmacılar için bir tür çalışma tanımı olmuştur. Diğer yaklaşımlar (örneğin, Amabile, 1979, 1996) yaratıcılığın ölçümü konusuna farklı bakış açıları getirmişler ancak kişilerin ne kadar yaratıcı olduğunu açıklayan aynı genel çerçevede çalışmışlardır. Bu çalışma kişilerin değil, onların ürettiği yaratıcı fikirlerin veya ürünlerin özelliklerini tanımlayan Kaufman ve Sternberg'in (2007) yaklaşımıyla karşılaştırılabilir. Benzer şekilde, Barron'u (1969) takip eden Richards (2007), yaratıcı ürünleri özgünlük ve başkaları için anlamlılık gibi iki özelliğe ihtiyaç duyanlar olarak tanımlamıştır. Özgünlük yeni ile aynı anlamda olarak kabul edilebilir ve anlamlılık hem iyiyi hem de ilgili olanı içerebilir. Ancak başkalarına göre anlamlılık, Kaufman ve Sternberg tanımında mutlaka bulunmayan bir sosyal bağlamı ifade eder. Dolayısıyla Richards'ın öne sürdüğü iki özellik, Kaufman ve Sternberg'in üç özelliğinden daha anlamlı olabilir. Bu model eğitim açısından önemlidir çünkü eğitim camiasının "amaca giden bir araç olarak yaratıcılık" kesimine hitap etmektedir. Hayatta başarılı olmak için yaratıcılığın ne kadar gerekli olduğunu göstermektedir. O halde, hayatta başarılı olmak için yaratıcılık şartsa, kendi yaşam koşullarında da o denli gerekli ve önemlidir. Buradaki mantık oldukça ilginçtir. Yaratıcılık, problem çözmenin ve diğer önemli becerilerin önemli bir bileşenidir; bu nedenle başlı başına önemlidir.

Süreç odaklı modeller yaratıcılığın nasıl gerçekleştiğine odaklanır, ilgili adımları açıklar. Cropley ve Cropley (2008), Wallas'ın (1926) çok eski çalışmalarına dayanan ve yaratıcı sürecin bir dizi yedi aşamasını içeren bir "aşama" modeli önermiştir. Bunlar hazırlık, aktivasyon, düşünme, aydınlanma, doğrulama, iletişim ve doğrulamadır. Bu aşamalar yaratıcılık literatüründe farklı şekillerde de karşımıza çıkabilir. Hadamard (1954), Gestalt psikolojisinden etkilenerek, matematik alanında önemli katkılar sağlayan yaratıcı süreci Wallas'ın (1926) Gestalt modeline dayanarak teorileştirmiştir (Sriraman, 2009). Yaratıcı süreç, dört aşamalı bir model olarak açıklanmaktadır. Bu aşamalar hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama aşamalarıdır.

- 1. Hazırlık Aşaması:** Araştırmacıların verilen probleme bilinçli çalışma yoluyla içgörü kazandığı aşamadır. Hazırlık aşamasında, öğrenciler problemi çözmek için kendilerini hazırlarlar, problemi netleştirir, ilgili verileri toplar, bunları gözden geçirir ve problemi çözmek için yollar ararlar.
- 2. Kuluçka aşaması:** Problem üzerinde bilinçli bir şekilde odaklanılmadığı aşamadır. Kuluçka aşamasında, öğrenciler problemden özgür olurlar. Bu aşama, yeni bir icat veya yaratının başlangıç noktası olan ilhamı tetikleyen sürecin başlangıcıdır.
- 3. Aydınlanma anı:** Bir içgörünün birdenbire ortaya çıktığı andır. Aydınlanma aşamasında, öğrenciler ilham ve fikirlerle bir çözüm bulurlar.
- 4. Doğrulama aşaması:** Sonuçların ifade edildiği ve doğrulandığı ve belki de belirli ya da genişletilmiş olabileceği aşamadır. Son aşama olan doğrulama aşamasında, öğrenciler çözümü gerçeklik üzerinde test ederler.

Bu perspektiften yaratıcılık, önemli bir miktar bilinçli ve bilinçsiz çalışmayı içeren uzun vadeli bir süreçtir (Hadamard, 1954; Mann, 2005).

2.1.2.1. Bazı modern yaratıcılık kuramları

1. 4P modeli

Yaratıcılığı gözlemlene ve ölçme genellikle yaratıcılığın 4P'si üzerinde odaklanır. 4P Kuralı, yaratıcılığı değerlendirmede en çok aşına olunan yöntemlerden birisidir. Uluslararası literatürde, 4P Kuralı baş harfleri "P" olan 4 adet değişken ile açıklanmaktadır. Bu açılımlar, şu şekildedir: Kişi veya kişinin özellikleri (person), süreç (process), ürün (product) ve çevre (press/environment) değişkenleridir (Rhodes, 1961).

Kişi odaklı bir yaklaşım, "kişilik, zeka, mizaç, fizik, özellikler, alışkanlıklar, tutumlar, benlik kavramı, değer sistemleri, savunma mekanizmaları ve davranışlar" hakkında bilgi içerir (Rhodes, 1961, s. 307). Süreç odaklı bir yaklaşım, yaratıcı etkileşim ve üretimde yer alan "motivasyon, öğrenme, düşünme ve iletişim"i araştıran çalışmalara uygulanır (Rhodes, 1961, s. 308). Ürün odaklı bir yaklaşım, yaratıcı etkileşimin sonucuna vurgu yapar ve bu bir somut ürün (Rhodes, 1961), davranışlar, koleksiyon veya belirtilen fikirlerin bir toplamı olabilir (Richards, 1999). Son olarak, çevre odaklı bir yaklaşım, yaratıcı kişilerin, süreçlerin ve ürünlerin sosyal ve çevresel faktörlerle ilişkisini keşfeden çalışmaları içerir ve yaratıcı etkileşim ve üretimi kolaylaştıran veya engelleyen şeyleri inceler (Rhodes, 1961). Rhodes'un (1961) modeline ek olarak iki P daha önerilmiştir.

Bunlardan birincisi ikna, yaratıcılığın ve çevrenin bağlantılı olduğunu açıklar. Yaratıcılığın değerlendirilmesi için, yaratıcıların, süreçlerinin veya sonuçlarının yaratıcı olması gerekir ve diğerlerini buna ikna etmesine dayanır ve bunu kabul eder (Simonton, 1990, 1995). İkincisi potansiyel, bu gençlerin yaratıcı anlamlar oluşturma ve yorum yapma yeteneğini tanıyan eğitimciler için temel bir endişe kaynağı oluşturur (Runco, 2003).

2. 4C modeli ve yaratıcılık Değerlendirmesi

Yaratıcılık konusunda çalışma yapan birçok araştırmacı genel olarak iki farklı duruma yönelir. Bunlardan birincisi, elit yaratıcılığı anlatan Büyük-C (Big-C) dir. Büyük-C, seçkin bireylerin yaratıcılığının, matematik alanının gelişimine katkı sağlayan bir kavramdır (Sriraman, 2009). Sıra dışı yaratıcılıklara odaklanır. Simonton (1994), topluma olağanüstü katkılarda bulunduğunu düşündüğümüz kişileri araştırmıştır. Bu tür yaratıcılığa genellikle "Büyük-c" yaratıcılığı denir. Matematikteki Büyük-C yaratıcılığının en tipik bir örneği, Poincaré'nin (1948) Fuchsian fonksiyonları üzerine çalışmasıdır (Mann, 2005; Sriraman, 2009). Poincaré, bu konuda önemli bir süre çalıştıktan sonra, bir otobüse bindiği sırada, uzun ve bilinçsiz çalışmasının bir sonucu olarak aydınlanma yaşamıştır. Dünya çapında önemli ödülleri kazanan kişiler genelde bu yaratıcılık türüne sahiptir. Bu kişilere örnek olarak, büyük ansiklopedilerde yer alan Albert Einstein, Sigmund Freud, Franklin Roosevelt gibi bilim insanları ya da Pulitzer ödülüne sahip olan Anne Tyler, Toni Morrison ve Robert Olen Butler gibi kişiler Büyük-C yaratıcılık türüne sahiptirler (Kaufman & Beghetto, 2009).

Günlük yaratıcılık (everyday creativity) diye bilinen küçük-C (little-C) ise bunların ikincisidir. Richards (2007)'a göre küçük-C, kişinin sahip olduğu en güçlü potansiyellerden biri olan günlük yaratıcılıktır, hayatımızın akışını ve hayatta kalmamızı sağlar, zinde ve iyi olabilmek için önemlidir, kişisel gelişimde ve yaratıcılıkta bireyi daha üst seviyelere taşıyabilmede avantaj sağlayabilmektedir. Aslında küçük-C, herkeste belli ölçüde bulunur, çünkü hayatta kalabilmemizde ana unsurlardan biridir ve yaratıcılığın türleri içinde kişilerarası durumları en iyi açıklayan türdür (Kaufman vd., 2009). Bazı akademisyenler "küçük-c" yaratıcılığını, önemli ve yararlı olan fakat büyük ses getirmeyen katkılar olarak da ifade eder. Yakın zamanda Kaufman ve Beghetto (2007, 2009) "mini-c" yaratıcılık veya kişisel düzeyde var olan yaratıcılık kavramını ortaya atmışlardır. Mini-c yaratıcılığını "yaşantıların, olguların ve durumların yeni ve bireysel şekilde anlamlandırılması" olarak tanımlamaktadırlar (s. 3).

3. Yakınsak-ırsaksak düşünme

Yaratıcılık kavramının günlük olarak herkesin kullandığı yaratıcı süreçlerin iki ölçülebilir bilişsel bileşenini kapsadığı düşünülür, bunlar yakınsak ve ırsaksak düşünmedir (Guilford, 1967).

ırsaksak düşünme, ölçütlerin kişiye göre değişen ve belirsiz olduğu ve birden fazla çözümün doğru olduğu bir durumda fikir üretmeyi sağlayan bir düşünme biçimi olarak ifade edilir. Dolayısıyla, ırsaksak (ayrıntılı) düşünme, zihnin esnekliğini içerir. Bir konuda mümkün olduğunca çok fikir üretmeyi hedefleyen beyin fırtınası oturumu, muhtemelen en iyi örnektir. Guilford'un (1967) Ayrıntılı Kullanımlar Görevi (AUT), ırsaksak düşüncenin üretkenliğini ölçmek için aynı yaklaşımı benimser; katılımcılara bir kalem gibi belirli bir nesne sunulur ve bu nesnenin nerelerde kullanılacağıyla ilgili mümkün olduğunca fazla fikir üretmeleri istenir.

Yakınsak düşünme ise iyi tanımlanmış bir probleme tek bir çözüm bulabilen bir düşünme tarzı olarak açıklanmaktadır, bu da daha fazla azim ve dikkat gerektirir (Guilford, 1950; Runco, 2010). Bu hız ve doğruluğa vurgu yapar ve mantığa dayanır. Yakınsak düşünmeyi değerlendirmeyi amaçlayan Mednick'in (1962) Uzak İlişkiler Görevi (RAT), buna bir örnek teşkil edebilir; katılımcılara "zaman", "saç" ve "germek" gibi üç ilişkisiz kelime sunulur ve bu kelimeler arasındaki ortak bir bağlantıyı ("uzun") belirlemeleri istenir.

Yakınsak ve ırsaksak düşünme hem benzerlikler hem de henüz anlaşılamayan farklılıklar gösteren yaratıcılığın alt bileşenleridir (Mekern vd., 2019a; Sternberg vd., 2013). Hommel (2012) ve Hommel ve arkadaşları (gönderildi), yakınsak ve ırsaksak düşünmenin farklı bilişsel kontrol durumlarını gerektirdiğini savunmuşlardır.

Farklı yaratıcılık yaklaşımları, eğitimdeki rol ve etkilerini değerlendirmek için önemli bir kuramsal çerçeve sunar. Eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme gibi çeşitli düşünme türleri, öğrenme süreçlerini zenginleştirir ve öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeye yardımcı olur. Ancak, bu yaklaşımlar arasında bazı farklılıklar ve vurgular bulunmaktadır. Eleştirel düşünme, mevcut bilgileri analiz ederek derinlemesine anlama ve sorgulama sürecini içerirken, yaratıcı düşünme özgün ve yenilikçi çözümler üretmeyi vurgular. Diğer yandan, bazı teoriler yaratıcılığı ürünler veya başarılar üzerinden değerlendirirken, diğerleri süreç, kişi veya ortam gibi faktörlere

odaklanır. Bu teorilerin eğitimde nasıl uygulanabileceği ve öğrencilerin yaratıcılığını nasıl teşvik edebileceği, öğretmenlerin eğitim stratejileri ve ders içeriği oluştururken dikkate almaları gereken önemli konulardır. Bu çerçevede, eğitimcilerin hem eleştirel düşünmeyi teşvik etmek hem de yaratıcı potansiyeli ortaya çıkarmak için dengeli bir yaklaşım benimsemeleri önemlidir.

2.1.3. Matematiksel yaratıcılık

Matematiksel yaratıcılık, evrensel bir dil olan matematiğin sınırlarını zorlayarak yeni ilişkiler kurmak, keşifler yapmak ve sorunlara farklı açılardan yaklaşmak anlamına gelir. Matematik, soyut kavramların somut sonuçlara dönüştüğü bir dünyadır ve bu süreçte yaratıcılık, bir probleme yeni ve özgün çözümler bulmak için önemli bir rol oynar. Bu nedenle, matematiksel yaratıcılık, sadece matematiksel problemleri çözmekle kalmaz, bireylerin aynı zamanda günlük yaşamda karşılaştıkları sorunları çözmesi için de değerli bir araçtır. Leikin vd.'nin (2009), Silver'ın (1997) ve Torrance'ın (1966) yaratıcılık çalışmalarında, saf matematikte Wallas'ın (1926) dört yaratıcılık aşamasında (Hadamard, 1945), matematiksel yaratıcılık genellikle bireyle ilişkilendirilerek ölçülmüş veya tanımlanmıştır (Mann, 2006). Bununla birlikte, bireysel matematiksel yaratıcılığın açıklanma çeşitlerinde önemli farklılıklar bulunmaktadır (Mann, 2006). Moore-Russo ve Demler'e göre (2018) matematiksel yaratıcılık, öğrencilerin yaratıcılığın çok yönlü doğasını kullanarak, matematiksel geçmişlerine göre yeni veya beklenmedik çözümler veya içgörüler sunma sürecidir. Bu tanım, Savic, El Turkey vd. (2017) tarafından belirlenmiş ve Liljedahl ve Sriraman'ın (2006) bakış açısından etkilenmiştir. Matematiksel yaratıcılık, bireye göre (Beghetto & Kaufman, 2007), süreç odaklı (Pelczer & Gamboa Rodriguez, 2011) ve alana özgü (Baer, 1998) olarak daha da sınıflandırılabilir. Fakat bu açıklamalar, öğrencilerin matematiksel yaratıcılığını teşvik etmek için, durumların incelenmesi için uygun olsa da bir öğrencinin eylemlerinin veya davranışlarının ne kadar yaratıcı olduğunu, yaratıcının bakış açısına göre farklı veya beklenmedik olup olmadığını ölçmek için yöntem olarak uygun olmayabilir. Bu nedenle, neyin yaratıcı olduğunu ölçmek yerine, öğrencilerin açıklamaları ve çözümleri incelenip ve onların öz-yeterlilikleri gözlemlenmelidir. İlköğretim sınıfında matematiksel yaratıcılığı araştırırken, Sriraman (2005), "sınıfta yaratıcılık potansiyelini en üst düzeye çıkarmak için günlük sınıfta uygulanabilecek beş prensip" hakkında önerilerde bulunmuştur (s. 26).

Bunlardan birisi olan bütünsellik prensibi, öğretmenlerin öğrencilere "uzun bir süre boyunca uygun zorlukta sorunlarla uğraşma fırsatı sunarak, bir içgörünün keşfi için fırsatlar yaratmak ve 'Buldum!' anının tadını çıkarmalarını sağlamak" (s. 26) şeklinde ifade edilir. "Buldum" anı, çözümün aniden fark edilmesi nedeniyle Wallas'ın (1926) dört aşamalı yaratıcı sürecindeki (hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama) kritik üçüncü adımdır.

Matematiksel Yaratıcı Düşünme (MYD) yeteneğini ölçebilen değerlendirmeler eğitim çalışmalarında uygulanmalıdır. PISA'ya göre MYD, orijinal, pratik çözümlere ulaşabilecek fikirlerin öğrenilmesi, değerlendirilmesi ve iyileştirilmesine üretken bir şekilde katılma becerisidir (OECD, 2019). Yaratıcılık değerlendirmesi, öğrencilerin yaratıcı güçlerini ve potansiyellerini anlamak için herhangi bir alandaki yaratıcı yetenekleri, çözümleri, açıklamaları veya kriterleri belirleme çabası olarak kabul edilebilir (S Kim, Choe & Kaufman, 2019.; Kozlowski, Chamberlin & Mann, 2019). Bu, okuldaki öğrenciler için MYD' nin neden önemli olduğunu açıklayan özelliklerdir. Bu nedenle, birçok ülkenin program eğitim hedefleri, yeni nesili farklı bir şekilde geliştirmek için MYD'yi teşvik etmektedir. Örneğin, Endonezya'da 2013 müfredatı (K-13), eğitim için ulusal bir amaç olarak matematik müfredatında "eleştirel ve yaratıcı düşünme"ye odaklanmayı kapsar (Kemendikbud, 2017). MYD, öğrencilerin yeteneklerini geliştirmek için gereklidir. Sıra dışı düşünce süreçlerine, esneklik, akıcılık ve özgünlük gibi MYD göstergelerine sahip olan öğrencilerin problem çözümlerine ve açıklamalarına odaklanarak anlaşılabilir (Haylock, 1997).

O halde problem çözmeye, öğrencilerin MYD kabiliyetlerini anlama yaklaşımı olarak kullanılabilir. Bazı araştırma incelemeleri, MYD' nin matematiksel problemlere cevap verme becerilerini içerdiğini ve kavramın öğrencilerin düşüncelerini değerlendirme yetenekleriyle ilgili olduğunu öne sürmüştür (Hetzroni, Agada & Leikin, 2019a). MYD, analiz ve sentez yapabilme, problem kurma, problem çözmeye, yeni ilişkileri gözleme ve teknikler, fikirler ve uygulama alanları arasında ilişki kurma gibi becerilerle ilgilidir (Hadar ve Tirosh, 2019). Sonuç olarak, Haylock, yaratıcı düşünmenin neredeyse her zaman esneklik ve yaratıcılık için Torrance Test tipine göre belirlenmiş kriterler içerdiğini belirtmiştir (yaratıcı düşünme ürünleri), yani kabul edilebilir yanıt sayısı, yanıt türlerinin sayısı ve yanıtların akran grubuna göre istatistiksel seyrekliği (Haylock, 1997). Böylece, farklı yeteneklere ve geçmişlere sahip öğrenciler, yeteneklerine göre problemlere yanıt verebilme yeteneğine sahip olacaklardır.

Araştırmacılar, MYD'ye akıcılık, esneklik, detaylandırma ve özgünlük kavramlarını uygulamışlardır (Nufus, Duskri & Kuala, 2018; Sahliawati & Nurlaelah, 2020) ve matematiksel yaratıcı düşünmeye akıcılık, esneklik ve detaylandırma kavramlarını uygulamışlardır (Gilat & Amit, 2013; Huljannah, Sa & Qohar, 2018). Akıcılık, matematiksel yaratıcılığı ifade eder, yani çoklu çözümleri anlama yeteneğidir (Kozlowski vd., 2019). Yaratıcı matematiksel düşünmenin başka bir aşaması da esnekliktir (Leikin & Lev, 2007; Mann, 2005), yani bir sorun veya düşünce engeliyle karşılaşıldığında düşünce yollarını değiştirme yeteneğidir (Krutetskii, 1976; Leikin & Lev, 2007). Özgünlük, bireylerin bilgi seviyeleri için özellikle belirleyici ve beklenmedik bir yanıt yolunu arama yeteneği ile ilişkilendirildiğinden, roman olarak da alıntılanır (Siswono, 2011), ardından bir çözüm oluşturur ve yeni fikirler ortaya koyar (Kozlowski vd., 2019). Son olarak, detaylandırma, bir çözüm yolunun arkasındaki derin düşünceye izin verme yeteneğini tanımlar (H Kim, Cho & Ahn, 2004.).

Matematik, bilimin kalbi olarak bilinir ve matematiksel yaratıcılık, öğrencilerin çevrelerinde neler olup bittiğini anlamalarına yardımcı olabilir. Genel olarak, öğrencilerin matematiksel yaratıcılığını değerlendirmek için kullanılan bağlam, matematikte problem çözme veya diğer bir deyişle öğrencilerin matematiksel yaratıcılığını ölçmek için bir matematiksel problem çözme çalışmasıdır (Singer & Voica, 2015). Problem çözme anlamında, Singer, öğrencilerin çeşitli çözüm yöntemlerinden farklı yeni problemlere çözümler önerme, farklı çözümler bulma ve önceki düşünce çerçevesini değiştirme yeteneğine sahip olduklarını kabul eder. Bilişsel esneklik, öğrencilerin düşüncelerini değiştirebildiği ve problemlere yeni çözüm yollarıyla yaklaşabildikleri zaman meydana gelir (Huang vd., 2020).

Matematiksel yaratıcılık, matematiğin genel anlamda gelişimini sağlar. Matematik araştırmalarıyla ilgili dergilerin sayısındaki sürekli artış, matematiğin gelişimine dair bir kanıt olarak görülmektedir. Ancak, bu büyümenin özünde yatan, yani matematikçinin yaratıcılığı pek fazla araştırma konusu olmamıştır. Genellikle çoğu matematikçinin matematiksel yaratım süreçlerini analiz etmeye ilgi duymadığı görülmektedir (Ervynck, 1991). Matematiksel yaratıcılığı incelemeye yönelik bilinen en eski girişim, Fransız dergisi *L'Enseignement Mathématique*'de (1902) yayınlanan kapsamlı bir anket çalışmasıdır. Bu anket ve 20. yüzyılın ünlü matematikçisi Henri Poincaré' in, yaratıcılık üzerine *Société de Psychologie*'e verdiği bir konferans, meslektaşları olan diğer önemli 20. yüzyıl matematikçisi Jacques Hadamard'ı matematiksel yaratıcılığın

psikolojisini araştırmaya teşvik etmiştir (Hadamard, 1945). Hadamard (1945), Amerika'da George Birkhoff, George Polya ve Albert Einstein gibi önde gelen matematikçiler ve bilim insanları arasında yaptığı gayri resmi bir araştırmada, matematik yaparken kullanılan zihinsel imgeler hakkında bilgi toplamıştır. Hadamard (1945), döneminin Gestalt psikolojisinden etkilenerek, matematikçilerin yaratıcı sürecinin dört aşamalı Gestalt modelini (Wallas, 1926) izlediğini ne sürmüştür: hazırlık–kuluçka–aydınlanma–doğrulama. Bu süreç kişinin matematiksel yaratıcılığını incelemektedir.

Matematiksel yaratıcılığın gelişimi, problemin özünü kavramadan kural ve formüllerle sınırlı kalarak zme ulaşmaya çalışma durumunda zor olabilmektedir. NCTM liderlerinin tanımladığı vizyoner sınıflar, öğrencileri karmaşık matematiksel görevlere cesurca katılmaya teşvik etmektedir. Bu sınıflar, öğrencilerin çeşitli matematik konularından bilgi edinmelerini sağlamaktadır. Öğrenciler çoğunlukla aynı probleme farklı zm yolları aramaktadır. Öğrencilerin, matematiksel görevlere farklı bakış açısıyla ilerleme sağlayacak yöntemleri keşfedene kadar çeşitli yollar denemelerine olanak tanınmaktadır (NCTM, 2000, s. 3). Bu sınıf vizyonu, bilinen geleneksel matematik sınıflarından farklıdır. Burada ğrenme genellikle öğretmenin yöntemi örneklerle göstermesi ve ardından öğrencilerin benzer problemlerle pratik yapmasıyla gerçekleşmektedir (Pehkonen, 1997). Bu yetişkinler için matematiğin algısı genellikle "yaratıcı olmak yerine sindirme süreci" şeklinde olmaktadır (Dreyfus & Eisenberg, 1996, s. 258). Ancak, matematik sadece ezberlenecek sabit bir bilgi yığını değildir; matematiğin anlam kazanması, matematikçilerin katıldığı süreçlerde yatar (Poincar, 1913; Whitcombe, 1988).

Kohler (1997), Hollenstein' in bir deneyini ele almış ve buna dayanarak bir çalışma yapmıştır. Bir grup ocuk geleneksel bir matematik problemiyle uğraşırken, diğer gruptan, birinci grubun probleminin temelinde yatan şartları kullanarak yeni problemler ve yeni zmler üretmeleri istendi. İkinci gruba verilen açık uçlu görevin doğası, farklı problemleri keşfetmelerine olanak sağladı. Sonuç olarak, bu grup birinci gruptan daha fazla soru üretti ve cevapladı, daha fazla doğrulukla ve daha doğru sonuçlar elde etti. Japonya Ulusal Matematik Eğitimi Enstitüsü'ndeki araştırmacılar, bu açık uçlu görevin, öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını teşvik ettiğini göstermektedir. Öğrencileri keşfetmeye yönelten bu çalışmalar eğitim alanında da uygulanmalı ve okullarda öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını sergilemesine olanak tanınmalıdır.

2.1.3.1. Matematiksel yaratıcılık için gerekli olan beceriler

Matematiksel yaratıcılık, soyut kavramların keşfi ve problemlere yeni ve benzersiz çözümler bulma yeteneğidir. Bu beceri, bir dizi temel beceri ve düşünme biçimini kapsar. Öncelikle, matematiksel zekâ gereklidir. Sayısal ilişkileri anlama, modelleme ve analiz etme yeteneği, matematiksel zekânın temelini oluşturur. Matematiksel yaratıcılık ile ilgili çalışmalar incelendiğinde bazı temel becerilerin ön plana çıktığı görülmektedir: genel bilgiye ulaşabilme, özelden genele varabilme yöntemini kullanabilme, matematiksel örüntülerdeki ilişkileri belirleyebilme ve farklılıkları görebilme, analogileri kullanabilme, problem kurma ve problem çözme (Ayvaz, 2019).

Matematiksel tümevarım bu süreçte en çok etkili olan becerilerden biridir (Poincare, 1952; Polya, 1954). “Genel bir kurala ulaşmak için belirli durumlardan çıkarım yapma veya genel bir ifadeyi kanıtlamak için kuralların üretimi” olarak tanımlanan tümevarım (Polya, 1954, s.10) matematikçilerin çalışmalarını başarı ile tamamlayabilmeleri için oldukça önemli bir beceridir. Kaput (1999, s. 137) ise genellemeyi, olaylar ya da durumların kendilerine değil onlar arasındaki işlemlere, ilişkilere, yapılara ve örüntülere dayanarak muhakeme etme olarak açıklamaktadır.

Matematiksel yaratıcılık sürecinde önemli olan becerilerden diğeri ise matematiksel örüntülerdeki farklılıkları ve benzerlikleri fark edebilmektir (Ilaylock, 1970). Örüntülerin matematik alanında önemli bir yere sahip olduğu dikkate alındığında matematiğin temel yapılarını keşfetmek için örüntülerin arasındaki ilişkileri bulmanın matematiksel yaratıcılık için ne denli önem arz ettiği açıktır (Goldenberg, Couco & Mark, 1988).

Analogiler matematikçinin birbiriyle alakasız görünen farklı durumlar arasında bağlantı kurmasına olanak sağlamaktadır (Getner, 1998). Gordan’a (1987) göre birbiriyle alakasız görünen bu tür olayların benzer yönlerinin fark edilmesi yeni fikirlerin bulunmasını sağlayabilir ya da yaratıcı bir biçimde problem çözmeye olanak tanıyabilir. Rutherford’un atom modelini güneş sistemine benzetmesi analogileri kullanabilme becerisine örnek teşkil edebilir. Bu bağlamda analogileri kullanabilme becerisi matematiksel yaratıcılık açısından önemli bir faktördür (Sak, 2005). Gordon’un (1961) Sineklik modeli, analogiler yoluyla bir problemi özgürce fikir üretmekle çözüme ve yaratıcı düşünme modeli (Tumanger & Erdidawati, 2012; Rajput, 2013) olarak okul

matematiğinde yaratıcı düşünmeye yönelik bir etkinlikte kullanılabilir. Gordon'un modeline göre analogilerin değişik şekillerde kullanılması bireyi yaratıcı düşünmeye sevk eder. "Analoji" kavramı Gordon'un modelinde ön plandadır. Analogiler eski ve yeni bilgilerin ilişkilendirilmesini sağlar ve kavramlar arasındaki fiziksel olan ve olmayan ilişkileri ortaya çıkarır. Yani analogiler, benzerlik ve farklılıkları tanımlayan en karmaşık biçimler olarak belirtilmektedir. (Gylln, 2007; Çıray, 2010). Mantıksal çıkarımda bulunma, kategorize etme, problem çözme, öğrenme ve yaratıcı düşünme becerisi gerektiren ve zihinsel gelişimde önemli bir yer tutan üst düzeyde kavrama olarak açıklanan analogilerin bu bilişsel özellikleri arttırmadaki önemi göz ardı edilemeyecek kadar büyüktür (Holyoak & Thagard, 1996; HarpazItay, Kaniel & Ben-Amram, 2006; Kao, 2016)

Karmaşık işlemlerden oluşan yaratıcı düşünme süreci boyunca kişinin özel alışkanlıkları, sahip olduğu bilgi ve beceriler, uygulamalı ve kuramsal kavramlar etkin bir şekilde ortaya konulur (Bartzer, 2001). Yaratıcı kişiler problem çözme konusunda başarılıdırlar. Yaratıcılık ve problem çözme birbiriyle ilişkili kavramlardır. Guilford, yaratıcılığın dört adımını şu biçimde açıklamıştır: a) var olan bir problemi seçme b) alakalı düşüncelerden farklılıklar bulma, c) çıkabilecek durumları yorumlama, d) problemin çözümüne yönelik sonuçları elde etme (Akt: Cropley, 2001). Öğrencilerin yaratıcı düşüncelerini sergilemeleri açısından bu adımlar kapsamında işlenen konular, öğrencilere olanaklar sunar. Guilford'a göre, "yeni" çözümleri gerektiren problem kurma ile yaratıcı düşünme birbirleri ile yakın ilişkili kavramlardır (Tebbs & Subhi-Yamin, 2006). Ünlü matematikçiler Poincare ve Hadamard ise, kendi tecrübelerine dayanarak, matematiksel yaratıcılık ile yaratıcı düşünme süreçlerinin benzer yanlarının olduğunu açıklamışlardır (Hall, 2009; Haylock, 1984). Karmaşık problemleri basit adımlara ayırma, farklı yöntemlerle yaklaşma ve çözüm stratejilerini geliştirme yeteneği, matematiksel yaratıcılığın temelini oluşturur. Ayrıca, esnek düşünme yeteneği de gereklidir. Problemlere farklı açılardan yaklaşma, alışılmadık çözüm yolları bulma ve mevcut kavramları sorgulama, matematiksel yaratıcılığın önemli bir parçasıdır.

Matematiksel kavramları görsel şekillerle ilişkilendirme, semboller aracılığıyla düşünme ve soyut kavramları somut ifadelere dönüştürme becerisi, matematiksel yaratıcılığı destekler. Bu becerilerin bir araya gelmesiyle, bireyler karmaşık matematiksel problemleri çözmek için yaratıcı ve etkili çözümler ortaya koyabilirler.

2.2. Problem Çözme

Problem çözme, karşılaşılan sorunlara çözüm bulmak için ortaya çıkan bir süreçtir ve bu süreç genellikle belirli bir amaca ulaşmak için farklı yöntemlerin kullanılmasını gerektirir. İlk olarak genellikle problemi anlamak ve tanımlamak önemlidir, burada sorunun temel unsurları ve bileşenleri üzerinde derinlemesine bir düşünce gereklidir. Ardından, çeşitli çözüm yollarını düşünebilme ve analiz etme aşaması gelir. Bu aşamada, mevcut kaynaklar ve beceriler dikkate alınarak farklı çözüm seçenekleri arasında bir tercih yapılır. Seçilen bir çözüm stratejisi belirlendikten sonra, bu stratejiyi uygulama ve çözümü gerçekleştirme süreci başlar. Uygulama aşamasında, planın somut adımlara dönüştürülmesi ve çözümün hayata geçirilmesi sağlanır. Son olarak, çözümün etkinliği değerlendirilir ve gerekirse düzeltilir veya iyileştirilir. Problem çözme süreci, esneklik, yaratıcılık ve analitik düşünme gibi çeşitli becerilerin kullanımını içerir ve günlük hayatımızda da önemli bir yere sahiptir.

Problem çözme, ilk olarak Polya tarafından aşamalar hâlinde açıklanmıştır. Polya'nın (2017) problem çözme ile ilgili tanımladığı model dört adımdan oluşmaktadır. Bu adımlar şu şekildedir:

1. Problemi anlama, 2. Çözüme yönelik plan yapma, 3. Planı uygulama, 4. Kontrol etme.

Problemi anlama aşamasında öğrenci problemin ne demek istediğini anlamalı ve hazır olmalıdır. Problem iyi bir şekilde yazılı olarak ifade edilmiş olmalı ve anlaşılır olmalıdır. Probleme karşı karşıya gelen öğrenci öncelikle problemi hızlıca gözden geçirmeli ve kendi cümleleriyle ifade edebilmelidir. Daha sonra öğrenci, problemde verilenleri ve istenenleri belirleyerek, temelde neyin sorulduğunu anlamalıdır. Probleme ilgili farklı durumlar varsa bunları da açıklamalıdır. Ayrıca problemde yer alan ifadelere göre şekiller çizebilmeli, örüntüler oluşturabilmeli ve kullanabilmeli, problemde verilen durumlar arasında bağlantılar kurabilmelidir. Öğrenci problemi okuduğunda net bir şekilde zihninde canlandırabilmelidir. Daha sonra plan uygulanır. Geriye dönerek işlemler kontrol edilir, sonuca giden yollar tekrar düşünülür ve incelenir, sağlamalar yapılır. Nitekim öğrencilerin bu süreçte problemi anlamaları ve verileri düzenlemeleri, verilerin yeterli ve tutarlı olup olmadığını belirlemeleri; yöntemleri, verilen bilgileri, şekilleri ve ilgili matematiksel kavramları kullanmaları, strateji üretmeleri, bu stratejileri değiştirip geliştirmeleri, karşılaştıkları yeni durumlarla ilgili yorum yapabilmeleri ve

çözümün doğru ve uygun olup olmadığını belirlemeleri gerekmektedir. (Ulusal Eğitimsel Gelişimi Değerlendirme Birimi [NAEP], 2003)

Matematiği anlamaya çalışma, matematiksel bilgiler ile durumlar arasında ilişki kurma, öğrencilerin problem çözme sürecinde işlevsel bir yer almaktadır. Problem çözme, matematik dersinin ve matematik öğretim programının olmazsa olmazı olarak görülebilir (Howland, 2001). Problem kelime anlamı olarak TDK (2020) tarafından “kurallar veya teoremler kullanılarak bir soru veya meseleyi çözüme kavuşturma” olarak tanımlanmaktadır. Problem çözme de bu soru ve meseleler için çözüm yolu ya da yolları ortaya koyabilme olarak açıklanabilir. Çok farklı boyutlara sahip ve karmaşık durumlardan oluşan problem çözme; problemi anlama, verilerin içinden çözüm için gerekli olan bilgiyi belirleme, bu bilgilerin matematiksel imgelere dönüştürülmesi ve gerekli işlemlerin yapılmasıyla çözüme ulaşma adımlarından oluşmaktadır. Birey bir problemle karşı karşıya kaldığında ve herhangi bir açık çözüm yöntemini fark etmediğinde, problem çözme adı verilen bir tür bilişsel işleme girmektedir. Problem çözme, problem çözücü için hiçbir çözüm yönteminin açık olmadığı durumlarda, bir hedefe ulaşmaya yönelik bilişsel süreçtir (Lovett, 2002; Mayer, 1992). Bu tanıma göre problem çözenin dört temel özelliği vardır. Birincisi, problem çözme bilişseldir, yani problem çözücünün bilişsel sisteminde dahili olarak meydana gelir ve problemden yalnızca dolaylı olarak çıkarım yapılabilir. İkincisi, problem çözme bir süreçtir; yani problem çözücünün bilişsel sistemindeki bilginin temsil edilmesini ve manipüle edilmesini içerir. Üçüncüsü, problem çözmeye yöneliktir, yani problem çözücünün bilişsel süreci, problem çözücünün hedefleri tarafından yönlendirilir. Dördüncüsü, problem çözme kişiseldir, yani problemi çözen kişinin bireysel bilgi ve becerileri, çözümün önündeki engellerin aşılabileceği zorluğun veya durumun belirlenmesine yardımcı olur. Dolayısıyla problem çözme, açık bir çözüm yöntemi mevcut olmadığında, belirli bir durumu hedef duruma dönüştürmeye yönelik bilişsel işlemdir (Mayer, 1990).

Okul matematiğinde matematiksel yaratıcılık genellikle problem çözme veya problem ortaya koyma ile ilişkilendirilir. Problem ortaya koyma ve problem çözme, matematiksel yaratıcılığın geliştirilmesi için kullanılabilir (Matsko & Thomas 2015; Levav-Waynberg & Leikin 2012). Matematikte yaratıcı problem çözme, zihinsel esneklik (Silver 1997; Star & Newton 2009) ve matematiksel sezgi (Ervynck 1991; Krutetskii 1976; Leikin 2009) ile ilişkilendirilir. Öğrencilerin problem çözme becerilerinin

gelişimine katkı sağlamak için rutin olmayan problemler kullanılmalıdır (Mabilangan, Limjap & Belecina, 2011; Stanic & Kilpatrick, 1988). Bu sıra dışı problemlerin açıkça görülen bir çözüm yöntemi bulunmamakta ve problemlerin çözümünde yaratıcı düşünme (Elia, Van den Heuvel-Panhuizen & Kovolou, 2009), durumlara yorum yapma ve üst düzey bilişsel becerilerini gerektirmektedir (Kolovou, Van den Heuvel-Panhuizen & Bakker, 2009). O halde rutin olmayan problemlerle ilgili çalışmalar, öğrencilerin yaratıcı düşünme, ispat ve örüntü-ilişki arama becerilerini geliştirir (Altun, 2014).

Hershkovitz, Peled ve Littler (2009), öğretmenlerin derslerinde kullanmaları gereken, öğrencileri yaratıcılığa teşvik edebilecek ve ilgilerini çekecek olan iyi bir problemin özelliklerini şu şekilde açıklamaktadırlar:

- Birden fazla çözüm üretmeye olanak sağlama,
- Farklı cevaplar bulma,
- Problem çözümleri, basit ve orta düzey ile orta düzeyin biraz daha üzerinde ve sıra dışı çözümler arasında değişkenlik gösterme,
- Neden, peki böyle olsaydı gibi sorularla değiştirilebilen bir problem olma,
- Tümevarım ve somut olmayana bulmaya fırsat sunma,
- Farklı durumların ortaya koyulması, bu durumların tartışılması için cesaret verme,
- Önemli matematiksel kuralların kullanılması için teşvik etme,
- Öğrencilerin mevcut kazanımlarını kullanabildiği ve bu bilgilerinin üstüne koyabildiği biçimde olma.

Matematik dersinin temel hedeflerinden biri de öğrenciye problem çözmeyi öğretmektir. Öğrenci derste öğrendiği problem çözme yöntemlerini günlük hayatta karşılaştığı sorunlara da uygulayabilir. Problem temelli öğrenme (PTÖ), gerçek dünya problemlerini öğrencilerin kritik düşünme ve problem çözme becerileri yoluyla öğrenmelerini sağlamak için bir bağlam olarak kullanan bir öğrenme yaklaşımıdır (Aqib, 2013:14). PTÖ, öğrencilerin öğrenme süreci boyunca daha aktif olmalarını sağlayan problem çözme sürecine odaklanan bir yaklaşımdır. Lestariningsih'e göre (2017:109), PTÖ'nün avantajları arasında problem çözme becerilerini geliştirmek, öğrenmeyi daha ilgi çekici hale getirmek, öğrencilerin kritik düşüncelerini teşvik etmek ve gerçek dünya problemlerini deneyimleme fırsatı vermek bulunmaktadır. Schoenfeld (1992), problemi zorlayıcı, şaşırtan ve öğrencinin yaratıcı düşünmesini sağlayan sorular olarak tanımlamaktadır. Yaratıcı düşünce, boşluklarla, çelişkilerle, fırsatlarla, zorluklarla veya

endişelerle karşılaşmayı içerir ve sonra anlamlı yeni bağlantılar aramak için bazı yollar arar. Bunlar şu şekildedir:

- Çok sayıda olasılık,
- Farklı bakış açıları veya perspektiflerden farklı olasılıklar,
- Sıra dışı veya orijinal olasılıklar
- Olasılıkları genişletmek veya zenginleştirmek için detaylar.

Yaratıcı düşünce genellikle, tek bir noktadan veya tek bir sorudan başlayarak ancak arama sürecimizi birçok farklı yöne genişleterek, geniş bir çeşitlilikte yeni olasılıklar üreterek açıklanır. Etkili problem çözümler hem üretmeli hem de odaklanmalıdır. Çok sayıda fikir üretmek tek başına bir sorunun çözülmesine yeterli olmayabilir. Benzer şekilde, sadece odaklanılan duruma güvenildiğinde, seçilebilecek çok az olasılık olabilir. Başarılı problem çözümler yaratıcı ve eleştirel düşünme yeteneklerini uyum içinde kullanmayı öğrenebileceğine ve kullandığına inanılmaktadır. Bunu seçenekler üreterek ve düşüncelerini odaklayarak yapabilmektedirler. Yaratıcı düşünme ve eleştirel düşünmenin (üretme ve odaklanma) dengeli kullanımı yaratıcı problem çözmenin "kalbi" olarak adlandırılmaktadır. Aynı zamanda, bazı araştırmacılar yaratıcı düşünme yetkinliklerinin geliştirilmesinin aynı zamanda belirli bir yaratıcı eylemi de içerdiğini belirtmişlerdir (Brennan & Resnick, 2012; DeSchryver & Yadav, 2015; Repenning et al., 2015; Romero et al., 2017; Shute et al., 2017). Bu bakış açısı, "bilgi toplama, problemleri tanımlama, fikir üretme, çözümler geliştirme ve harekete geçme gibi belirgin zihinsel işlemler dizisi" olarak tanımlanan yaratıcı problem çözme ile ilgilidir (Puccio, 1999)

2.2.1. Çok çözümlü problemler

Çok çözümlü problemler, aynı sonuca ulaştıracak farklı yolları kullanma olanağı sağlayan problemlerdir (Leikin & Levav-Waynberg, 2012). Bir probleme yanıt ararken yapılan farklı çözümler, belirli bir matematiksel konuya ait farklı tanım, teorem veya kuralların kullanılması ile ortaya çıkmaktadır (Leikin & LevavWaynberg, 2007). Matematik eğitimcileri tarafından birden fazla yöntem kullanılarak çözülen problemlerin, nasıl çözüldüğünün ve çözüm adımlarının anlaşılmasının matematiksel muhakemenin gelişimi açısından önemli ve gerekli olduğu belirtilmektedir (Leikin, 2007; Polya, 1997; Silver, 1997; Sternberg, 1994). Bir problemi birden fazla yol ile çözmek matematik

alanında iyi bir bilgi birikimi gerektirmesinin yanında bu süreç matematiksel yaratıcılıkla da yakından ilişkilidir (Polya,1997; Ervynck, 1991; Silver, 1997; Krutetskii, 1976; Leikin & Levav-Waynberg, 2008; Leikin & Lev, 2013). Öğrencilerde problem çözme ve üst bilişsel becerileri geliştirmek için, farklı çeşitlerde olan ve farklı yollardan çözülebilen problemlerin öğrenme ortamlarına dahil edilmesi gerekmektedir. Fakat ders kitaplarında genellikle tek tip problemlerin var olduğu görülmektedir (Temiz & Çimen, 2017). Özellikle rutin olmayan problemlerle öğrenme ortamlarının zenginleştirilmesinin, öğrencilerin matematik bilgileriyle uygulama ve pratik yapmalarına katkı sağladığı belirtilmiştir (Altun vd., 2007). Ancak öğretmenlerin derslerinde rutin olmayan problemleri ders müfredatının fazlalığı nedeniyle çok fazla kullanmadığı görülmüştür (Silver vd., 2005 aktaran Kaya & Kablan, 2018). Oysa ki öğrencilerin problem çözerken nasıl düşündüğü, hangi yöntemleri kullandığı, farklı yollar bulup bulmadığını gözlemlemek yaratıcılığın gelişmesi için önemlidir. Çok çözümlü problemler bu sürecin incelenebilmesi için kıymetli bir araçtır.

Leikin (2007), çok çözümlü problemlerle ilgili olan çalışmasında uzman, bireysel ve kolektif çözüm alanlarını kullanmış olup; bireysel ve uzman çözüm alanlarını karşılaştırarak öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını ve düşüncelerini incelemiştir:

Uzman Çözüm Alanı: Matematik alanında uzman bir kişinin veya bir araştırmacının belirli bir süreçte bir probleme için sunduğu çözümleri kapsar. Geleneksel olan ve geleneksel olmayan çözümler olarak ikiye ayrılır. Geleneksel çözüm alanı, öğrencilerden yapması beklenen, müfredatta ve kitaplarda bulunan çözümlerdir. Geleneksel olmayan çözüm alanı ise kitaplarda ve müfredatta bulunmayan, orijinal çözümler olarak tanımlanır (Leikin, 2010).

Bireysel Çözüm Alanı: Bu çözüm alanı da ikiye ayrılır. Bunlardan birincisi, kişisel çözüm alanıdır. Bireyin kimseden yardım almadan kendi kendine yaptığı çözümlerden oluşmaktadır. İkincisi ise destekli çözüm alanıdır. Destekli çözüm alanı bireyin tek başına çözüm yapamadığı durumlarda kendisinden daha bilgili bir kişiden yardım alarak çözüme ulaşmasıdır (Leikin, 2010). Ve bu çözümler öğrencinin yakınsak gelişim alanında bulunmaktadır (Vygotsky, 1978).

Kolektif Çözüm Alanı: Bir grup tarafından yapılan çözümleri içerir ve bireysel çözüm alanının gelişmesine katkıda bulunur. Ayrıca uzman çözüm alanındaki çözümler, bireysel ve kolektif çözümleri kapsamaktadır (Leikin, 2010). Çok çözümlü problemlerin

çözümünde çocukların istedikleri yöntemleri özgürce kullanmaları için olanak tanınmalı; bu süreçte öğrencilere problemin nasıl çözüleceği ile ilgili ipucu olabilecek açıklamalardan kaçınılarak problemin değerinin düşürülmemesi gerekmektedir (Van de Walle, 2012).

Matematik eğitiminde değişik yöntemler kullanarak problem çözmenin önemine dikkat çeken Leikin (2007), çok çözümlü problemlerin ileri seviyede matematiksel düşünmeyi gerektirdiğini ve geliştirdiğini açıklamakta ve eğitim programlarında çok çözümlü problemlerin bilişsel bir alışkanlık olarak bulunması gerektiğini belirtmektedir.

2.2.1.1. Çok çözümlü problemleri çözme sürecinde matematiksel yaratıcılığın kullanılması

Problem çözmenin ayrılmaz bir parçası olan yaratıcılık ve yaratıcı düşünme için, problemin çözümlerinde kullanılan sıra dışı çözümler ve farklı yöntemler, matematiksel bağlantıları içermesi nedeniyle değerlidir (Leikin, 2011). Kwon ve arkadaşları (2006), problem çözme ve matematiksel yaratıcılık arasındaki ilişkiyi esnek problem çözme becerisi ve yeni bir bilgi üretme olarak açıklamaktadırlar. Araştırmacılar matematiksel yaratıcılığı öğrencilerin problem çözme süreciyle alakalı olarak değerlendirmişlerdir.

Torrance (1974), yaratıcılığı tanımlamak için bir dizi test çalışmasının temeli olarak hizmet eden bir yaratıcılık tanımı önermiştir. Tanım, akıcılık, esneklik, yenilik ve ayrıntınlık olmak üzere dört bileşenden oluşmaktadır. Akıcılık, fikirlerin sürekliliği, ilişkili durumların akışı ve temel ve evrensel bilginin kullanımıyla ilgilidir. Esneklik, fikirlerin değişmesi, bir problemin çeşitli şekillerde ele alınması ve çeşitli çözümler üretilmesiyle ilişkilidir. Yenilik, benzersiz bir düşünme tarzı ve bir zihinsel etkinliğin benzersiz ürünlerinden oluşmaktadır. Ayrıntınlık, düşüncelerini açıklama, doğrulama ve genelleme yeteneği ile ilgilidir. Bu dört bileşen içinde yenilik veya orijinallik, yaratıcılığın, orijinal fikirlerin, yaklaşımların veya eylemlerin üretilmesiyle ilgili bir süreç olarak görüldüğünden geniş çapta kabul edilmektedir.

Guilford (1967), birleşen ve ayrışan düşünmeyi ayırmıştır. Birleşen düşünme, bir problem için tek bir doğru çözüm hedeflemeyi içerirken, ayrışan düşünme, bir problem veya olgu için birden fazla cevabın yaratıcı bir şekilde üretilmesini içerir ve daha sık esnek düşünme olarak tanımlanır.

Zeka Üçgeni Kuramı (Sternberg, 1997; Sternberg & Lubart, 2000), yaratıcılığı beklenmedik, orijinal ve kullanışlı işler üretme yeteneği olarak tanımlar ve yaratıcılığın,

zeki insan davranışının merkezi bileşenlerinden biri olduğunu iddia eder. Bu davranış, bireylerin belirli sosyokültürel bağlamlarda başarı elde etmelerini sağlamak için bir araya gelen analitik, yaratıcı ve pratik yetenekler arasındaki denge tarafından ortaya çıkar (Sternberg, 1997; Cianciolo & Sternberg, 2004). Yaratıcı yeteneklerin icat, keşif ve diğer yaratıcı çabalarla ilişkilendirilirken, analitik yetenekler bireylerin bilgiyi değerlendirmesine, analiz etmesine, karşılaştırmasına ve karşılaştırmasına olanak tanır. Pratik yetenekli bireyler öğrendiklerini uygun ortamda birleştirerek kullanırlar. Sternberg'e göre, hayatta başarılı olmak için, bireylerin analitik, pratik ve yaratıcı güçlerini en iyi şekilde kullanmaları ve aynı zamanda bu alanlardaki zayıflıklarını telafi etmeleri gerekir (Cianciolo & Sternberg, 2004).

Genel ve özel yaratıcılık arasında bir ayrım vardır. Genel yaratıcılık, bir alandaki problem çözme kalıplarını başka bir alandaki problemleri çözmek için kullanmayla ilişkilendirilir. Özel yaratıcılık, alanın mantıksal çıkarımsal doğasını dikkate alarak belirli bir alandaki yaratıcılığı getirir (örneğin, Piirto, 1999). Genel yaratıcılıkta olduğu gibi, matematiksel yaratıcılığın kesin ve geniş kabul görmüş bir tanımını yapmak son derece zor ve muhtemelen imkansızdır (Mann, 2006; Haylock, 1987; Sriraman, 2005; Liljedahl & Sriraman, 2006). Mann (2006), matematiksel yaratıcılığı tanımlamaya yönelik yapılan araştırmaların analizinin, matematiksel yaratıcılık için kabul edilen bir tanımın olmamasının araştırma çabasını engellediğini iddia etmiştir.

Liljedahl ile matematiksel yaratıcılık kavramı hakkında yaptığı konuşmada (Liljedahl ve Sriraman, 2006), Sriraman, matematiksel yaratıcılığı profesyonel düzeyde "bilgi birikimini önemli ölçüde genişleten orijinal çalışmaları üretebilme yeteneği (bu, önemli sentezler ve bilinen fikirlerin genişletmelerini de içerebilir)" veya "diğer matematikçilere yeni soru yolları açma" olarak tanımlamıştır. Sriraman (2005), matematiksel yaratıcılığı gelişmiş araştırma matematikçilerinin niteliklerinden biri olarak kabul etmektedir. Leikin (2011)'e göre yaratıcılık problem çözenin ayrılmaz bir parçasıdır ve yaratıcı düşünme; farklı yollardan problem çözmeyi, değişik yöntemler kullanmayı, herkesin düşünemediğini düşünmeyi, matematiksel bağlantılar kurabilmeyi gerektirir.

Matematik eğitimcileri, bir problemin çözümünde farklı yöntemler kullanılarak ulaşılan sonuçların nasıl aynı olacağını ayrıntılı bir şekilde anlaşılmasının matematiksel yorumlama gücünün önemli bir etkeni olduğunu açıklamaktadırlar (NCTM, 2000; Polya,

1997, Schoenfeld, 1992; Sternberg, 1994; Silver, 1997). Bir çoklu çözüm görevi (çok çözümlü problemler), bir öğrencinin bir matematik problemini farklı şekillerde çözmesi gerektiğini açıkça belirten bir görevdir (Leikin, 2006, 2009, Leikin & Levav-Waynberg, 2008). Model, çözüm alanları kavramını kullanır (Leikin, 2007). Uzman çözüm alanları, belirli bir zamanda bilinen bir problemin en kapsamlı çözüm kümesini içerir. Bunlar, uzman matematikçilerin problem için önerebileceği çözüm kümesi olarak düşünülebilir. Bu alanlar, bireysel çözüm alanları, bir bireyin belirli bir probleme ürettiği çözümlerin koleksiyonları iken, toplu çözüm alanları, bir grup birey tarafından üretilen çözümlerin bir kombinasyonudur. Çözüm alanları, burada öğrencilerin matematiksel yaratıcılığını keşfetmek için bir araç olarak kullanılır.

Matematiksel yaratıcılık ve problem çözme arasındaki ilişkiyi Shelffield (2009), matematiksel yaratıcılığını sergileyebilen öğrencileri göz önüne alarak açıklamaktadır:

- Öğrenci esnek düşünebiliyorsa yaratıcıdır. Bu öğrenciler problem çözme süreçlerinde aritmetik işlemlerle probleme uygun temsilleri (görsel, sembolik, grafiksel) bir arada kullanabilir.
- Yaratıcı öğrenci sondan başa (geriye) doğru işlem yapma yöntemiyle problemi çözebilir.
- Yaratıcı öğrenci bir problemi herkesten farklı bir yol düşünerek çözebilir. Hata yapsa ve doğru sonuca ulaşamasa bile farklı yöntemleri denemekten korkmaz.
- Yaratıcı öğrenci yaptığı matematiği tam olarak anlamak ister. Bu sebeple niçin, neden, ya şöyle olsaydı gibi sorularla problemi detaylı bir şekilde anlamaya çalışır.
- Yaratıcı öğrenci zorlayıcı problemlerin sonucunu bulmak için uğraşır, hemen pes etmez, farklı yollar dener ve vazgeçmez.
- Yaratıcı bir öğrenci sıra dışı bir problemi çözerken, problemin içindeki farklı bağlantıları keşfeder.

Haylock (1985), matematiksel yaratıcılığı bulunan kişilerin sıradan çözüm yöntemlerinden ziyade, özgürce düşünerek farklı çözüm yolları üretebilen yani başkalarına göre orijinal fikirler ortaya koyan kişiler olduğunu söylemektedir. Çok çözümlü problemler bireye, kendi zihinsel yeteneklerinin ve matematiksel yaratıcılığının farkına varma, özgün çözümler üretme ve bu konuda deneyim sahibi olma fırsatı sunmaktadır.

2.3. İlgili Araştırmalar

Literatürde yaratıcılık ile ilgili çalışmalar incelendiğinde okul öncesinden başlayıp üniversiteye kadar her sınıf seviyesinde çalışmaların yapıldığı görülmüştür. Özellikle yurt içindeki çalışmalarda ilköğretim ve ortaöğretim kademelerinde çoğunlukla üstün yetenekli, Bilim ve Sanat Merkezleri'nde (BİLSEM) öğrenim gören veya yetenekli öğrencilerle çalışılmıştır. Bazı çalışmalarda ise yetenekli olan ve olmayan öğrencilerin matematiksel yaratıcılıkları incelenmiştir. Yapılan çalışmaların genellikle matematiksel yaratıcılığın ölçülmesine yönelik veya matematiksel yaratıcılıkla ilişkilendirilen becerilerle ilgili olduğu görülmektedir. Hem problem çözme hem de problem kurmayla ilgili matematiksel yaratıcılık çalışmaları mevcuttur. Ayrıca, akademik başarı, cinsiyet, zihinsel beceriler, yaş, zeka, görüş vb. değişkenler ile matematiksel yaratıcılığın incelendiğı çalışmalara da rastlanmıştır.

Koloğlu (2023) tarafından yapılan çalışmada, matematiksel anlamda üstün yetenekli olan öğrencilerin matematiksel yaratıcılık ve matematiksel iletişim becerilerinin düzeylerini belirlemek ve bu kavramlarda yaşadıkları sorunları ortaya çıkarmak amaçlanmıştır. İstanbul'un bir ilçesinde bulunan BİLSEM' e devam etmekte olan 5,6,7 ve 8. sınıflardan oluşan 40 öğrenci Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) matematik olimpiyatlarında çıkmış 32 soruluk bir sınava girmişlerdir. Sınavda 10 net ve üzeri yapan 8 öğrenci bu araştırmanın çalışma grubunu oluşturmuştur. Bu 8 öğrenciye Akgül (2014) ün geliştirdiğı "Matematiksel Yaratıcılık Ölçeği" uygulanmıştır. Öğrencilerin verdiğı cevaplara göre, matematiksel yaratıcılık düzeyleri ve matematiksel yaratıcılıkta karşılaştıkları sorunlar belirlenmiştir. Matematiksel iletişim becerilerini belirlemek için olimpiyat sınavında en çok doğru ve en çok yanlış yapılan sorulardan seçilen 10 soru, öğrencilere yazılı sınav olarak uygulanmıştır. Araştırmacı ve bağımsız uzman öğrencilerle görüşmeler yapmış ve elde edilen verilerden öğrencilerin matematiksel iletişimle ilgili yaşadıkları sorunlar belirlenmiştir. Daha sonra Özpınar'ın (2012) geliştirdiğı "İletişim Becerisi Ölçeği" doldurularak matematiksel iletişim beceri düzeyleri belirlenmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin %75'inin orta düzeyde matematiksel yaratıcılığa, orta ve üstü düzeyde matematiksel iletişim becerilerine sahip olduğu görülmüştür. Öğrencilerin yaşadıkları bazı sorunlar ise, kavramları sözel olarak ifade edememe, kendi kendine problem

kuramama ve iletişim becerilerinde kavramları eksik veya hatalı açıklama olarak belirtilmiştir.

Aydağ (2021), “8. sınıf öğrencilerinin matematiksel yaratıcılık düzeyleri ile matematik skorları arasındaki ilişki üzerine bir araştırma” isimli yüksek lisans tezi çalışmasında matematiksel yaratıcılığı, akıcılık, esneklik ve orijinallik bileşenlerine göre incelemiştir. Beceri temelli sorulardan oluşan deneme sınavlarındaki akademik başarı puanları ile matematiksel yaratıcılık düzeyleri arasındaki ilişki incelenmiştir. Araştırmaya İstanbul’un Beşiktaş ilçesindeki bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan 242 tane 8. sınıf öğrencisi katılmıştır. Matematiksel yaratıcılık düzeylerini belirlemek için öğrencilere 5 adet çok çözümlü problem uygulanmıştır. Akademik başarı puanı ise 3 farklı deneme sınavı ile belirlenmiştir. Bulgular sonucunda, sekizinci sınıf öğrencilerinin çok çözümlü problemleri birden fazla yoldan çözmekte zorlandıkları tespit edilmiştir. Ancak geometri problemlerinde daha fazla yoldan çözüm ürettikleri görülmüştür. Öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanları ile akademik başarı puanları arasında zayıf ve orta düzeyde bir ilişki olduğu belirlenmiştir. Ayrıca akademik anlamda başarılı olan öğrencilerin matematiksel yaratıcılık puanlarının da daha başarısız gruplara göre anlamlı farklılaştığı görülmüştür.

Ayvaz (2019) doktora tezi çalışmasında, ortaokul 7. sınıfta öğrenim gören özel yetenekli öğrencilerin problem kurma temelli etkinliklerle, problem kurma becerilerinin ve matematiksel yaratıcılıklarının incelenmesini amaçlamıştır. Bu amaçla Stoyanova’nın (1997) problem kurma modelini kullanmıştır. Araştırma, pilot ve asıl uygulama olmak üzere iki aşamalı olarak yapılmıştır. Pilot uygulama Düzce ve Sakarya BİLSEM’de öğrenim gören 7. sınıf öğrencilerine, asıl uygulama ise Bolu BİLSEM’ e devam eden 6 tane yedinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Uygulama 17 hafta sürmüştür. Veri toplama aracı olarak, araştırmacı tarafından geliştirilen Problem Kurma Testi, problem kurma etkinlikleri yarı-yapılandırılmış görüşme soruları, çalışma yaprakları ve öğrenci günlükleri ile uygulama sürecinde araştırmacı ve gözlemci tarafından alınan notlar kullanılmıştır. Uygulama öncesinde dil ve anlatım yönünden kurallara uygun matematik problemi kurmakta zorlanan öğrencilerin, uygulamadan sonra daha doğru ve farklı kategorilerde problem kurduğu görülmüştür. Wilcoxon İşaretli Sıralar Testi yapılmış ve sonucunda uygulamanın, öğrencilerin matematiksel yaratıcılık ve problem kurma becerilerinin gelişiminde anlamlı bir etkisi olduğu görülmüştür.

Farklı bir çalışma olarak, Yılmaz (2014), üniversite öğrencileriyle yaptığı çalışmada, çok çözümlü problemlerin çözümünde kullanılan stratejileri incelemiş ve matematiksel yaratıcılıklarının değerlendirilmesini amaçlamıştır. Araştırma bir devlet üniversitesinde 1. sınıfta öğrenim görmekte olan, İlköğretim Matematik Öğretmenliği bölümündeki 76 öğrenci ile yapılmıştır. İki aşamalı olarak gerçekleştirilen çalışmada, ilk olarak öğrencilere çok çözümlü 4 problem verilmiştir ve öğrencilerden problemleri mümkün olduğunca farklı yollardan çözmeleri istenmiştir. 2. aşamada ise 1. aşamada problemlere farklı çözüm yolları bulamayan öğrencilerle klinik görüşmeler yapılmış ve çok çözüm yolu bulamama nedenleri incelenmiştir. Miles ve Huberman (1994)'ın “verinin işlenmesi”, “verinin görsel hale getirilmesi”, “sonuç çıkarma” ve “teyit etme” aşamaları veri analizinde kullanılmıştır. Matematiksel yaratıcılıklarının değerlendirilmesinde ise Leikin (2009)'in esneklik, akıcılık ve orijinallik ölçütlerinden oluşan analiz yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda doğru çözüm sayısı yani akıcılık puanı arttıkça öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının arttığı görülmüştür. Ancak birçok öğrencinin problemlere çok çözüm yolu bulamadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin çok çözüm yapamama nedeni olarak alan bilgisinde eksiklikleri olduğu da saptanmıştır.

Altuner Sözeri, Şengil Akar ve Saygı (2023), yaptıkları bu çalışmada, 2022-2023 eğitim öğretim yılında MEB'e bağlı ortaokullarda kullanılan MEB 7. sınıf matematik ders kitabında bulunan problemlerin yaratıcılık anlamında incelenmesini hedeflemiştir. Araştırmada kullanılan yöntem doküman incelemesidir ve matematik ders kitabındaki yaratıcılık seviyeleri incelenmiştir. Elde edilen veriler doküman analizi yöntemi ile değerlendirilmiştir. Öncelikle kitaptaki problem ve problem çözümlerinin genel yapısı incelenmiş daha sonra DİSCOVER Problem Matrisi kullanılarak problemlerin seviyeleri belirlenmiştir. Kitaptaki 824 problem incelenmiş ve araştırmanın sonucunda üst düzeyde yaratıcılığı daha fazla destekleyen problem türlerindeki dağılımın çok az olduğu görülmüştür. Kitaptaki 824 problemden 140'ı (%17) tür I, 441'i (%54) tür II, 235'i (%28) tür III, 6'sı (%0,7) tür IV, 2'si (%0,2) tür V olarak sınıflandırılmıştır. Sonuç olarak MEB 7. sınıf matematik ders kitabının matematiksel yaratıcılığı teşvik etme açısından eksik kaldığı belirlenmiştir. Bundan sonra yayımlanacak ders kitaplarında açık uçlu ve yaratıcılığı daha fazla destekleyen problemlere daha çok yer verilmesi önerilmiştir.

Koç Koca (2023)'nın yaptığı bu çalışmanın amacı, matematik öğretmen adaylarının matematiksel yaratıcılıkla ilgili görüşlerinin incelenmesidir. Araştırmanın

deseni nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışmasıdır. Katılımcılar, ulusal ve uluslararası faaliyetlere katılmak isteyen 53 matematik öğretmeni adayından oluşmaktadır ve ölçüt örnekleme yöntemi ile seçilmişlerdir. Veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından literatür taraması sonucunda geliştirilen 5 soruluk bir görüşme formu kullanılmıştır. Elde edilen veriler genel bir değerlendirme yapıldıktan sonra kendi içlerinde sınıflandırılarak olası kodlar belirlenmiş ve kategorilere ayrılmıştır. Böylece elde edilen verilere betimsel analiz yöntemi uygulanmıştır. Sonuç olarak, matematik öğretmen adaylarının yaratıcı fikirler ve deneyimler için eğitimin gerekliliğine inandıkları, yenilikçi fikirlerin ve hayal gücünün eğitime bağlı olarak geliştiğini düşündükleri ve yaratıcılığa önem verdikleri belirlenmiştir.

Özel yetenekli öğrencilerle yapılan çalışmalara benzer bir çalışma olarak, Keleş (2021)'in yaptığı bu çalışmada, üstün yetenekli olan ve olmayan lise öğrencileriyle çalışılmıştır. Araştırmanın amacı, bu öğrencilerin problem çözme sürecindeki yaratıcılıklarını, üstün yeteneklilik özelliği, sınıf düzeyi ve cinsiyet değişkenleri açısından incelemektir. Araştırmanın yöntemi, tarama modellerinden biri olan betimsel araştırma modeli ve nedensel karşılaştırma desenidir. Çalışma, 2020-2021 eğitim öğretim yılında 9., 10., 11., ve 12. sınıfta öğrenim gören 73 üstün yetenekli öğrenci ile 302 üstün yetenekli olarak tanımlanmamış öğrenci olmak üzere toplam 375 öğrencinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Veriler, Marmara bölgesinde bir ilde bulunan iki Bilim Sanat Merkezi'nden, iki Fen lisesi ve üç Anadolu lisesinden toplanmıştır. Araştırmada kullanılan veri toplama aracı "Yaratıcı Problem Çözme Özellikleri Envanteri"dir. Verilerin analizinde karşılaştırma istatistiği (bağımsız gruplar t-testi) kullanılmıştır. Sonuçlar, üstün yetenekli olan ve olmayan öğrenciler arasında, genel bilgi ve beceri, ıraksak düşünme ile genel ortalama açısından üstün yetenekliler lehine bir fark olduğunu göstermiştir. Üstün yetenekli öğrenciler arasında, çevre alt boyut ortalama puanları ile genel ortalama puanlarında kızlar lehine anlamlı bir farklılık tespit edilmiştir. 9. sınıf düzeyinde ıraksak düşünme boyutunda üstün yetenekliler lehine anlamlı bir fark gözlenmiştir. 11. sınıf düzeyinde ise ıraksak düşünme ve genel bilgi ve beceri boyutunda üstün yetenekliler lehine anlamlı bir fark saptanmıştır. 10. ve 12. sınıf düzeylerinde üstün yetenekli öğrenciler ile üstün yetenekli olarak tanımlanmamış öğrenciler arasında anlamlı bir fark saptanmamıştır.

Problem çözmeden farklı olarak problem kurma becerisini ele alan Güç ve Keskin (2021)'in yaptığı çalışmanın amacı, ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin problem kurma

yeteneklerini belirlemek ve bu yetenekler ile problem kurma öz yeterlikleri arasındaki ilişkiyi incelemektir. Doğu Karadeniz Bölgesi'nde rastgele seçilen iki ilköğretim okulunun 6. sınıfına devam eden 123 öğrenci, araştırmanın katılımcılarını oluşturmuştur. Öğrencilerin problem kurma öz yeterliklerini belirlemek için Problem Kurma Öz Yeterlik Ölçeği kullanılmış, problem kurma yeteneklerini belirlemek için yapılandırılmamış problem kurma çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin oluşturdukları problemler nitel yöntemle analiz edilerek problem kurma yaratıcılıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin problem kurma yaratıcılık puanları ile problem kurma öz yeterlikleri puanları arasındaki ilişkiyi ortaya koymak amacıyla nicel analizler yapılmıştır. Standartlar içinde değerlendirme yapmak ve olası ilişkileri görebilmek için betimsel bir yöntem kullanılmıştır. Bu kapsamda, mevcut durumun ortaya konulduğu çalışmada tarama yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin problem kurma esnekliği, akıcılığı, özgünlüğü ve genel problem kurma yaratıcılığı düzeylerinin oldukça düşük olduğu ancak problem kurma öz yeterliklerinin yüksek olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin problem kurma öz yeterlikleri ile kurdukları problemlerin akıcılığı arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki tespit edilmemiştir.

Kirişçi, Sak ve Karabacak (2020), yaptıkları çalışmada Seçmeli Problem Çözme Modelini kullanarak öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının gelişimini incelemeyi amaçlamışlardır. Seçmeli Problem Çözme, altı adımdan oluşan oldukça iyi yapılandırılmış bir yaratıcı problem çözme modelidir. Bir Solomon dört grup araştırma tasarımı kullanılmıştır. Türkiye'nin bir orta batı şehrinde bir devlet okuluna devam eden 201 yedinci sınıf öğrencisi çalışmanın katılımcılarını oluşturmuştur. Katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme kullanılmıştır. Solomon Dört Grup araştırma tasarımının prensipleri gereği, çalışma, rastgele olarak iki deney ve iki kontrol grubundan oluşan sekiz sınıfla yapılmıştır. Dört deney sınıfında on Seçmeli Problem Çözme ders planı geliştirilmiş ve kullanılmıştır. Kontrol sınıflarında ise herhangi bir çalışma yapılmamıştır. Analogik Problem Kurma Testi ve Problem Analizi Testi, ön testler ve son testler olarak kullanılmıştır. Bulgular sonucunda, deney gruplarının kazanç puanları kontrol gruplarına göre anlamlı derecede daha yüksek bir fark oluşturmuştur. Ayrıca, deney gruplarının kontrol gruplarından her iki ölçümde de daha yüksek son test puanları aldığı görülmüştür. Sonuç olarak, Seçmeli Problem Çözme Modeli' nin öğrencilerin matematikteki yaratıcılık becerilerini geliştirdiği belirlenmiştir.

Ulfah, Prabawanto ve Jupri (2017), 'Öğrencilerin Problem Kurma Yoluyla Matematiksel Yaratıcı Düşünceleri' isimli çalışmalarında, problem kurma yaklaşımıyla desteklenen manipülatif medya ile desteksiz problem kurma yaklaşımı alan öğrencilerin matematiksel yaratıcı düşünme yeteneklerindeki gelişim farklarını incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırma 2016/2017 eğitim öğretim yılında Endonezya'nın Bandung şehrindeki bir ilkokulda öğrenim görmekte olan 59 tane üçüncü sınıf öğrencisiyle yapılmıştır. Amaçlı örnekleme yöntemi kullanılarak katılımcılar seçilmiştir. Bu çalışma, bir deneysel araştırma olup eşdeğer olmayan kontrol gruplu bir desen kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini bir deney sınıfı ve bir kontrol sınıfı oluşturmuştur. Kullanılan araç, matematiksel yaratıcı düşünme yeteneğini ölçen bir testtir. Araştırmanın sonuçlarına göre, manipülatif medya desteği ile problem kurma yaklaşımı alan öğrencilerin matematiksel yaratıcı düşünme yeteneklerindeki gelişim, manipülatif medya desteği olmadan problem kurma yaklaşımı alanlara kıyasla daha yüksektir.

Siswono (2010) yaptığı çalışmada farklı olarak öğrencilerin matematiksel yaratıcı düşünme seviyeleri için bir çerçeve geliştirmeyi amaçlamıştır. Bu çalışmada, yaratıcı düşünme seviyelerinin özelliklerini açıklamak için nitel bir yaklaşım kullanılmıştır. Veriler, Endonezya'da Sidoarjo'daki bir ortaokulun 8. sınıf öğrencilerinden on ve Surabaya'daki özel bir okuldan üç öğrenci olmak üzere toplam on üç öğrenci ile yapılan iki görev tabanlı mülakat yoluyla toplanmıştır. Öğrenci seçiminde kartopu örnekleme yöntemi kullanılmıştır ve öğrenciler 12-13 yaşındadır. Beşi erkek, sekizi kız olan öğrenciler, öğretmenin önerisiyle okullarındaki matematikte yüksek yetenekli gruplardan seçilmişlerdir ve araştırmacı tarafından iletişim becerilerinin iyi olması gerektiği için seçilmişlerdir. Öğrencilere mülakatta açık uçlu görevler verilerek çözümlerinde farklı yöntemler kullanmaları istenmiştir. Sonuç olarak, her bir seviyede farklı özelliklere sahip olmak üzere, seviye 0'dan seviye 4'e kadar beş farklı yaratıcı düşünme seviyesi belirlenmiştir. Bu farklılıklar, matematiksel problem çözme ve problem kurmada akıcılık, esneklik ve yenilik üzerine dayanmaktadır.

Maulidia, Johar ve Andariah (2019) bu çalışmada, Endonezya'da bulunan Banda Aceh MTsN Modeli VIII-1 sınıfındaki öğrencilerin matematik problemlerini çözümlerindeki yaratıcılığını Problem Temelli Öğrenme modeli üzerinden analiz etmişlerdir. Veriler, gruplar halinde öğrencilerin çalışma yapraklarına dayanarak elde edilmiştir. Veri toplama, beş seviyeye (en yüksek seviye 4 ve en düşük seviye 0) göre sınıflandırılmış olup betimsel olarak analiz edilmiştir. Sonuçlar, üç grubun çok yaratıcı kategorilerde seviye 4'te

olduğunu, bir grubun yaratıcı kategoride seviye 3'te olduğunu ve diğer bir grubun yeterince derin bir şekilde yaratıcı kategoride seviye 2'de olduğunu göstermektedir. Sonuç olarak, Problem Temelli Öğrenme modelinin öğrencilerin matematik problemlerini çözümedeki yaratıcılığını geliştirebileceği sonucuna varılmıştır.

Leikin ve Lev (2007)'in yaptıkları bu araştırmanın amacı okul çocuklarında matematiksel yaratıcılığın incelenmesi için çoklu çözüm görevlerinin iyi bir araç olduğunu belirlemektir. 6 kişiden oluşan üç yetenek grubundaki öğrencilerden (üstün yetenekli, (üstün yetenekli olmayan) yetenekli ve normal) problemleri farklı şekillerde çözmeleri istenmiştir. Çözümlerin yeniliğini, öğrencilerin esnekliğini ve çoklu çözüm üretirken akıcılığını ele alan matematiksel yaratıcılığın analizine yönelik kriterler ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Öğrencilere geleneksel ve geleneksel olmayan görevler verilmiştir. Üstün zekalı olmayan yetenekli öğrenciler ve onların üstün zekalı akranları, geleneksel olmayan görevin çözümlerinde farklılık göstermişlerdir. Bunun yanı sıra geleneksel görevlerle uğraşırken de benzer sonuçlar göstermişlerdir. Bu iki gruptaki öğrenciler tüm parametrelerde normal öğrencilerden anlamlı derecede farklılık göstermişlerdir. Sonuç olarak, geleneksel olmayan çoklu çözüm görevlerinin okul çocuklarında matematiksel yaratıcılığın incelenmesinde etkili bir araç olduğu belirlenmiştir.

Osakwe, Egara, Inweregbugh, Nzeadibe vd. (2023) çok çözümlü görevlerin matematiksel yaratıcılığa olan etkisini incelemeyi amaçladıkları bu çalışmalarında nicel araştırma yöntemlerinden biri olan yarı deneysel bir yaklaşım kullanmışlardır. Çalışma, Nijerya'da Anambra Eyaleti'nin Njikoka Yerel Yönetim Bölgesi'nde bulunan 11 devlet ortaokulundan 780 ortaöğretim ikinci sınıf öğrencisiyle yapılmıştır. Okulların sekizi karma öğretim iken, ikisi yalnızca kız öğrencilerden, biri yalnızca erkek öğrencilerden oluşmaktadır. Çalışmaya katılan öğrencilerin 280'i erkek ve 500'ü kız öğrencidir. Çalışma için amaçlı örnekleme yöntemiyle iki karma cinsiyetli okul seçilmiştir. Ayrıca, deney ve kontrol gruplarına basit bir kura tekniğiyle iki tam sınıf halinde öğrenciler seçilmiştir. Veriler, üç uzman tarafından doğrulanan Matematik Yaratıcılık Başarı Testi kullanılarak toplanmıştır. Testin güvenilir olduğu belirlenmiş ve Kuder-Richardson (K-R 20) katsayısı 0,79 olarak bulunmuştur. Hipotezler, Anlamlılık Düzeyi 0.05'te Analiz Covariance kullanılarak test edilmiştir, çalışma soruları ise ortalama ve standart sapma kullanılarak ele alınmıştır. Deney grubu 44 (25 erkek-19 kız) ve kontrol grubu 39 (17 erkek-22 kız) öğrenciden oluşmaktadır. Deney grubundaki öğrencilere, çoklu çözüm

problem öğrenme stratejisi kullanılarak, açıların ispatları gibi belirli temel geometrik teoremlerin kanıtları öğretilmiş, kontrol grubundaki öğrencilere ise açıklayıcı bir yöntem kullanılarak öğretilmiştir. Bu test deney ve kontrol gruplarına ön test-son test olarak dört haftalık bir süre içerisinde uygulanmıştır. Bulgular sonucunda, deney gruplarındaki öğrencilerin matematiksel yaratıcılık ortalamalarının kontrol grubundakilerden daha fazla arttığı belirlenmiştir. Cinsiyet faktörünün öğrencilerin matematiksel yaratıcılığı üzerinde önemli bir etkisi olmadığı bulunmuştur. Cinsiyet ve öğretim yöntemi arasında anlamlı bir etkileşim etkisi bulunamamıştır. Sonuç olarak, çoklu çözüm görevlerinin öğrencilerin matematiksel yaratıcılığını artırmak için etkili bir öğretim yaklaşımı olduğu belirlenmiştir.



3. YÖNTEM

Araştırmanın bu bölümünde araştırmanın modeli, katılımcılar, veri toplama araçları, uygulamanın yapıldığı ortam ve süreç, veri analizi ve araştırmanın geçerlik ve güvenilirliği açıklanmaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada nitel araştırma deseni kullanılmıştır. Nitel araştırma, gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, olguların doğal ortamlarında gerçekçi ve kapsamlı bir şekilde sunulmasını hedefleyen bir araştırma metodudur (Yıldırım & Şimşek, 2008). Bu çalışmada ortaokul yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin çok çözümlü matematik problemlerini çözme sürecindeki matematiksel yaratıcılıklarının detaylı bir şekilde incelenmesi için nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışmaları, karmaşık istatistiksel analizler yerine bir kişi, olay veya kurumu ayrıntılı olarak uzun bir süreçte inceleyen, deneysel yöntemlerden ziyade niteliksel verilerle bulgular elde etmeye odaklanan özgün araştırma yöntemleridir (Paker, 2015). Durum çalışması birkaç hafta gibi kısa bir sürede yapılabileceği gibi bir iki yıl da sürebilir. Çalışmalarda soru sorularak, gözlem yaparak, ses kaydı veya video kaydı alınarak, mevcut belge ve yazılı kaynaklar kullanılarak derinlemesine incelemeler yapmayı, mantıksal çıkarımlarda bulunmayı, örüntüsel ilişkiler kurmayı ve yorumlar yapmayı amaçlar. Eğitim alanında yapılan araştırmalarda sıklıkla kullanılan yöntemlerden biri durum çalışmasıdır (Gall, Gall & Borg, 2003).

Hitchcock ve Hughes (1995: 317), durum çalışmasının sahip olması gereken özellikleri şu şekilde açıklamışlardır:

- Durum içerisinde bulunan olayların detaylı bir biçimde tasvir edilmesi,
- Olayların durum içerisinde tarihsel olarak sıralanması,
- Olayların içeriği ve analizi arasında içsel bir muhakeme yapılması,
- Belirli kişi veya kişi gruplarının odak noktalarında bulunması,
- Önemli olayların durum içinde vurgulanması,
- Araştırmacının, araştırmanın aktif bir katılımcısı olması,
- Araştırılan konunun zengin bir biçimde sunulması için özel durumların kullanılması

Bu çalışmada öğrencilere beş adet açık uçlu çok çözümlü problem verilerek, mümkün olduğunca farklı yollardan çözmeleri istenmiştir. Ayrıca araştırmayı desteklemesi adına öğrencilerle klinik görüşmeler yapılmıştır. Verilerin analizi ise Wallas'ın dört aşamadan oluşan (hazırlık, kuluçka, aydınlanma, doğrulama) yaratıcılık modeline göre yapılmıştır.

3.2. Araştırmanın Katılımcıları

Araştırma 2023-2024 eğitim öğretim yılında, Antalya ilinin Alanya ilçesine bağlı bir devlet okulunda gerçekleştirilmiştir. Araştırmaya bu devlet okulunda öğrenim görmekte olan 5'i yedinci sınıf, 5'i sekizinci sınıf olmak üzere 10 öğrenci katılmıştır. Yedinci sınıf öğrencilerinden 3'ü kız, 2'si erkek öğrencidir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin ise 3'ü erkek, 2'si kız öğrencilerden oluşmaktadır. Araştırmanın katılımcıları Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9 ve Ö10 olarak isimlendirilmiştir.

Bu çalışmada kullanılan örnekleme yöntemi, amaçsal örneklemedir. Amaçsal örnekleme, çalışmanın amacı kapsamında bilgi bakımından zengin olan durumların belirlenerek, ayrıntılı incelenmesini sağlar (Büyüköztürk Ş., Kılıç-Çakmak E., Akgün Ö. vd., 2008, s. 92). Durumların derinlemesine incelenmesini sağlamak için amaçlı örnekleme kullanılır (Patton, 2002).

Araştırmanın katılımcıları belirlenirken amaçsal örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme yönteminde belirli kriterlere sahip veya bazı kriterleri sağlayan katılımcılar seçilmektedir (Gay, Mills & Airasian, 2006). Bu kriterler, araştırmacı tarafından belirlenebileceği gibi önceden belirlenmiş ölçütlerin bulunduğu bir liste de kullanılabilir (Yıldırım & Şimşek, 2008).

Bu araştırmada ölçütler, araştırmaya katılan yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin bir önceki dönem matematik dersi not ortalamalarının 85 ve üzeri olması; öğrencilerin çok çözümlü problemleri çözerken sahip olmaları gereken temel bilgilere ve problem çözme becerisine sahip olmaları olarak belirlenmiştir. Araştırma kapsamında 5'i yedinci sınıf ve 5'i sekizinci sınıf olmak üzere toplam 10 öğrenci gönüllü olarak çalışmaya katılmışlardır.

3.3. Veri Toplama

Gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel teknikler, nitel araştırmalarda kullanılan veri toplama yöntemleridir (Yıldırım & Şimşek, 2005). Nitel araştırmalarda sıklıkla kullanılan veri toplama yöntemlerinden biri olan görüşme, görüşülen kişilere

kendi kendilerini anlatabilme imkanı sunarken, araştırmacıya da görüşülen kişinin iç dünyasını, bakış açısını, sahip oldukları özel durumlara ait duygu, düşünce ve deneyimlerini yine onların dilinden detaylı bir şekilde anlama fırsatı sunar (McCracken 1988: 9).

Bu araştırmada veri toplama aracı olarak yedinci ve sekizinci sınıf düzeyinde beşer adet olmak üzere toplamda on adet açık uçlu çok çözümlü problem kullanılmıştır. Bu çalışmada öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının çok çözümlü problemler aracılığıyla incelenmesi amaçlandığından, öğrencilere açık uçlu çok çözümlü beş adet sorudan oluşan bir uygulama yapılmıştır. Öğrenciler rahat edebileceği ve sessiz bir ortamda ve istekli bir şekilde soruları çözmüşlerdir

Soru çözümleri görüşme şeklinde yapılmış ve görüşmeler video kaydına alınmıştır. Video kaydı yapılırken, öğrencilerin kağıtları ve yaptıkları işlemler net görülecek şekilde yapılmasına özen gösterilmifitir. Nitel araştırmalarda kullanılan veri toplama yöntemlerinden birisi de görüşmedir (Punch, 2005). Görüşmenin katılımcının iç dünyasına girerek onun duygu ve düşüncelerini ifade etmesine olanak tanır (Patton, 1987). Araştırmada görüşme çeşitlerinden klinik görüşme kullanılarak veriler toplanmıştır.

3.3.1. Veri toplama araçları

3.3.1.1. Klinik görüşme

Bu araştırmada veri toplama yöntemi olarak, görüşme çeşitlerinden biri olan klinik görüşme yöntemi kullanılmıştır. Klinik mülakat, öğrencilerin düşüncelerini ayrıntılı bir şekilde incelemek amacıyla karşılıklı olarak yapılan görüşmelerdir. Klinik mülakatta bulunan sorularda öğrencilerin cevaba nasıl ulaştıklarını, hangi yol ve yöntemleri tercih ettiklerini, yaptıkları çözümleri ve neye göre karar verdiklerini açıklamaları istenir. Bu çalışmada da öğrencilerin problem çözümleri ayrıntılı bir şekilde inceleneceğinden veri toplama aracı olarak klinik görüşme kullanılmıştır. Goldin (1998), klinik mülakatların araştırmalarda kullanılmasının iki farklı amacı olduğunu belirtmiştir. Bunlardan birincisi, öğrencilerin matematiksel davranışlarının, problem çözme yöntemi kullanılarak gözlemlenmesidir. İkincisi ise gözlemler sonucunda öğrencilerin matematiği ne kadar anladıklarını, bilgi birikimlerini, bilişsel süreçlerini ve bu esnada meydana gelen duyuşsal değişimlerini belirlemektir.

Klinik mülakatların matematik eğitimindeki amacı, öğrencilerin yöntemlerini, temel bilgilerini veya becerilerini ortaya çıkarmak, gelişim sürecini daha iyi görebilmek ve problem çözme süreçlerini incelemektir. Eğitim açısından problem çözme, oldukça karmaşık bir süreç olarak açıklandığından, öğrencilerin bu süreçteki davranışlarını detaylı incelemek ve araştırmak klinik görüşmeyle mümkün olmaktadır.

Öğrencilere görüşme esnasında problemi çözerken, kullandıkları yöntemleri neye göre seçtikleri, problemi çözmek için aklına farklı bir yol gelip gelmediği sorulmuştur. Yaptıkları çözümleri açıklamaları istenmiştir. Sorular hazırlanmadan önce literatür taraması yapılmıştır. Elde edilen bilgiler kullanılarak sorulara son şekli verilmiştir. Bu sorular alanında uzman bir kişinin görüşü alınarak, bu kişinin tavsiyelerine göre soruların uygun olup olmadığına karar verilmiştir. Görüşmeler sessiz bir ortamda yapılmıştır ve kamerayla kayda alınmıştır. Kamera öğrenci kağıtlarını net görecektir bir şekilde yerleştirilmiştir. Görüşmeler bir ders saati süresince yapılmıştır ve yaklaşık 40 dk. sürmüştür.

3.3.1.2. Çok çözümlü problemler

Veri toplama aracı olarak kullanılan çok çözümlü problemler belirlenirken, öğrencilerin problem çözme becerileri ile ilgili bilgi birikimleri ve kazanımları dikkate alınmış ve araştırmanın amacı doğrultusunda öğrencilerin özgün ve birden fazla çözüm yapmalarına fırsat tanıyacak problemlere yer verilmiştir. Problemler Akgün, Kar ve Öçal (2016)'ın "Matematikte Problem Çözme" ve Yazgan ve Arslan (2017)'in "Matematiksel Sıra Dışı Problem Çözme Strateji ve Örnekleri" isimli kitaplarından alınarak düzenlenmiştir.

3.3.1.2.1. Çok çözümlü problemler testi

Yedinci sınıf ve sekizinci sınıf çok çözümlü problemler testinde 5'er soru vardır. Sorular öğrencilerin buldukları sınıf düzeyine kadar sahip oldukları kazanımlar doğrultusunda hazırlanmıştır. 7. sınıf soruları, dört işlem problemleri, oran-orantı, rasyonel sayılar ve örüntüler konularını içermektedir. 8. sınıf soruları ise denklem kurma, rasyonel sayılar, tam sayılar, oran-orantı ve ebob-ekok konularıyla alakalıdır. Öğrencilerin hazır bulunuşluğu göz önüne alınarak bu konular seçilmiştir. Sorular, Akgün, Kar ve Öçal (2016)'ın "Matematikte Problem Çözme" ve Yazgan ve Arslan (2017)'in "Matematiksel Sıra Dışı Problem Çözme Strateji ve Örnekleri" isimli kitaplarından alınmıştır. Sorular seçilirken problemlerin birden fazla yoldan çözülebilir olmasına dikkat edilmiştir.

Araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılan problemlerin öğrenci seviyesine uygunluğu, bir devlet ortaokulunda görev yapan, en az 10 yıllık deneyime sahip iki ortaokul matematik öğretmenin ve alanında uzman bir akademisyenin görüşüne sunulmuştur. Problemlerin her iki sınıf seviyesi için de kazanımlara uygun olduğu, incelemeler sonucunda matematik öğretmenleri tarafından belirlenmiştir. Problemler çeviri kitabından alındığından, Türk diline ve yazım kurallarına uygunluğu bir devlet ortaokulunda görev yapmakta olan bir Türkçe öğretmenin görüşüne sunulmuştur. Türkçe öğretmeni, problemlerin Türk diline ve yazım kurallarına uygun olduğunu belirtmiştir.

3.4. Verilerin Analizi

Nitel çalışmalardaki analiz sürecinde, elde edilen ham veriler özetlenerek kullanılır, önemli ilişkiler tanımlanır ve verilerden çıkarılan anlamlara göre araştırılan duruma ait mantıksal bir kanıt zinciri oluşturulur (Patton, 2014). Araştırmacı somut ve soyut kavramlar arası ilişkiler ile tanımlar ve yorumları kullanarak verilerden anlam çıkarmaya çalışır ve tümevarım ve tümdengelimsel yöntemleri birlikte kullanır (Corbin & Strauss, 2008; Glaser, 1965; Maxwell, 2013; Merriam, 2009). Nitel araştırmada desenlerinde her bir analiz sürecinde farklı bir adım bulunmasına rağmen, her desende ortak olan analiz adımları vardır ve bunlar, verilerin işlenmesi, verilerin görselleştirilmesi ve bulguların yorumlanmasıdır (Çelik, Baykal & Memur, 2020).

Veri analizi için öncelikle öğrencilerle yapılan klinik görüşmeler sonucunda video kayıtlarından elde edilen veriler bilgisayar ortamında yazıya geçirilerek doküman haline getirilmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşme sırasına göre veriler düzenlenmiştir. Daha sonra literatür taraması yapılarak elde edilen Wallas (1926)'ın dört aşamalı yaratıcılık modelinden oluşan analiz çerçevesinde verilerin analizi yapılmıştır. Bu çerçevedeki aşamaların başlıklarından analiz sürecinde tema olarak faydalanılmıştır. Kullanılan çerçeve Wallas'ın hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama aşamalarından oluşmaktadır. Graham Wallas'a göre dört aşamalı yaratıcılık modeli aşağıdaki şekilde açıklanmaktadır:

- **Hazırlık:** Hazırlık döneminde, problem, ihtiyaç ya da yapılmak istenen şey belirlenir, açıklanır. Çözüm ya da ihtiyaç duyulanlar için malzemeler hazırlanır ve bunlar çözümde kullanılabilirliği açısından ölçütlere göre belirlenir (San & Güler, 2004:27).

- **Kuluçkaya Yatırma:** Kuluçka aşamasında geriye doğru giderek düşünülür. Sorun zihnin içerisinde irdelenir ve incelenir. Bu süreç hazırlık aşamasında olduğu gibi, dakikalar, haftalar veya yıllar sürebilir (San & Gülerüz, 2004:28).
- **Aydınlanma Aşaması:** Bu aşama, düşüncenin ani bir ışık veya kıvılcımlarla bilinç altında birden ortaya çıkmasıyla son bulmaktadır. Bu genellikle yaratıcı özelliğe sahip olan kişinin aklında meydana gelen bir şimşek çakması şeklindedir (Rıza, 1999:14)
- **Gerçekleştirme-Doğrulama Aşaması:** Aydınlanma aşamasıyla belirlenen düşüncelerin, kişinin ihtiyaç duyduklarını karşılayıp karşılamayacağını, hazırlık adımında belirlenmiş ölçülere uygun olup olmadığını anlaşılması ve açıklanması için yapılan etkinliklerden oluşur (San & Gülerüz, 2004:28).

Çalışmada öğrencilere verilen açık uçlu çok çözümlü problem çözümlerinden elde edilen veriler kullanılarak, öğrencilerin matematiksel yaratıcılıkları hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama aşamalarına göre incelenmiştir. Çok çözümlü problemlerin matematiksel yaratıcılığın incelenmesinde sahip olduğu yeri göstermek için hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama kriterleri kullanılmıştır. Buna göre, her bir problem çözümü ayrıntılı bir şekilde incelenerek bu kriterlere uygunluğuna göre yorumlanmıştır. Öğrencilerin problem çözümlerine göre hangi aşamalara ulaşmış ve ulaşmadığı nedenleriyle açıklanmıştır. Örnek öğrenci çözümleri sunularak, yaptıkları çözümler açıklanmış ve öğrencilerin çözümleri hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama başlıkları altında ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Bu araştırma verilerinin analizi betimsel analiz kullanılarak yapılmıştır. Betimsel içerik analizi, literatürde yer alan nitel ve nicel çalışmaları sistematik ve ayrıntılı bir şekilde incelemektir. (Çalık & Sözbilir, 2014; Bellibaş, 2018). Her 10 öğrenciye verilen 5 adet problemin çözümlerinin analizi ayrıntılı bir şekilde Wallas'ın yaratıcılık modeli çerçevesinde yapılmıştır.

Hazırlık aşamasında, öğrencilerin problemi anlama, verilen bilgileri hazırlama ve düzenleme, çözümde kullanacağı ölçütleri belirleme gibi kriterleri sağlayıp sağlamadığı açıklanmıştır. Kuluçka aşamasında, öğrencilerin problem çözümünde kullanacakları stratejileri belirleme, bunun için zihnindeki bilgileri irdeleyip inceleme ve probleme bir çözüm oluşturma kriterleri incelenmiştir. Aydınlanma aşamasında, öğrencilerin zihninde birden hatırlanan veya fark edilen bilginin kullanılması ön plana çıkmıştır. Bu “şimşek çakması” şeklinde belirtilen anı yaşayan öğrencilerin aydınlanma aşamasını gerçekleştirdiği açıklanmıştır. Son olarak doğrulama aşamasında ise, öğrencilerin

oluşturdukları çözümler için geriye dönük kontroller yapıp yapmadığına ve hazırlık aşamasında kullanılan ölçütlerin sağlanıp sağlanmadığına bakılmıştır. Çözümün doğruluğu için sağlama yapan öğrencilerin doğrulama aşamasını tamamladığı belirtilmiştir.

3.4.1. Geçerlik ve güvenilirlik

Nitel araştırmalarda geçerlik-güvenirlik nicel çalışmalara göre daha farklı bir şekilde açıklanır (Yıldırım & Şimşek, 2013). Nicel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirlik olarak kullanılan ifadeler, nitel araştırmalarda inanılabilirlik, sonuçların doğruluğu ve araştırmacının yetkinliği gibi kavramlarla açıklanır (Krefting, 1991). Guba ve Lincoln nitel araştırmalarda geçerlik-güvenilirlik yerine inandırıcılık (trustworthiness) olması gerektiğini belirtmiş ve bazı özellikler belirlemiştir (Houser, 2015; Merriam, 2013; Whitemore, Chase & Mandle, 2001). Literatürde bu özellikler altın standart olarak belirtilmektedir. Guba ve Lincoln (1982)'e göre inandırıcılık kriterleri, inanılabilirlik, güvenilebilirlik, onaylanabilirlik ve aktarılabilirlik olmak üzere dört ana başlıktan oluşmaktadır. İnanılabilirliği artırmak için uzun süreli etkileşim (prolonged involvement), katılımcı teyidi (member checking) ve uzman incelemesi (peer debriefing) gibi yöntemler kullanılır (Holloway & Wheeler,1996).

Bu çalışmada da katılımcı teyidi kullanılmıştır. Katılımcı teyidi (member checking), katılımcıların çalışma bulguları sonucunda kendi düşüncelerini doğrulamasıdır. Bu yöntemde, elde edilen verilerin sağlandığı veya görüşme yapılan kişilerden bazılarıyla toplanılarak bulgularla ilgili geri dönütün oluşmasını gerektirir. Video kayıtlarından elde edilerek doküman haline getirilen veriler öğrencilerle paylaşılarak, kontrol etmeleri istenmiştir. Öğrenciler verilerin doğruluğunu onaylamış, böylece katılımcı teyidi alınmıştır.

Ayrıca direk alıntılama yapılarak bulgular öğrenci görüşleri doğrultusunda değerlendirilmiştir. Her bir Wallas aşaması öğrenci çözümü veya açıklamadan direk alıntılanmıştır. Öğrencilerin bu aşamalara uygun olan çözüm örnekleri veya görüşleri bulgular bölümünde sunulmuştur.

4. BULGULAR

Çalışmanın bu bölümünde araştırmanın amacına uygun olarak hazırlanan problemlerin çözümlerine ait bulgulara ve öğrencilerin problem çözümlerinden bazı örneklere yer verilmiştir. Bu bölümde yapılan analizlerde; araştırmaya katılan öğrencilerin her bir probleme ait hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama aşamalarından hangilerinde yer aldığı belirlenmiştir. Her bir problem için yapılan farklı çözüm yollarının sayısı da tablolar halinde sunulmuştur. Öğrencilerin çok çözümlü problemleri hangi yöntemle ve nasıl çözdüklerine ilişkin diyaloglara da yer verilmiştir. Ayrıca öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerde öğrencilerin problemleri çözememe veya birden fazla yol üretmemeye nedenleriyle ilgili belirlenen eksiklikler de açıklanmıştır.

Öncelikle 7. Sınıf düzeyindeki çok çözümlü problemlerle ilgili bulgulara yer verilmiştir. Problemler içeriğine göre isimlendirilmiştir ve şu şekildedir:

- 1- Kutu Problemi
- 2- Top Problemi
- 3- Konser Problemi
- 4- Kurabiye Problemi
- 5- Trafik Lambası Problemi

4.1. Öğrencilerin Kutu Problemine Ait Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

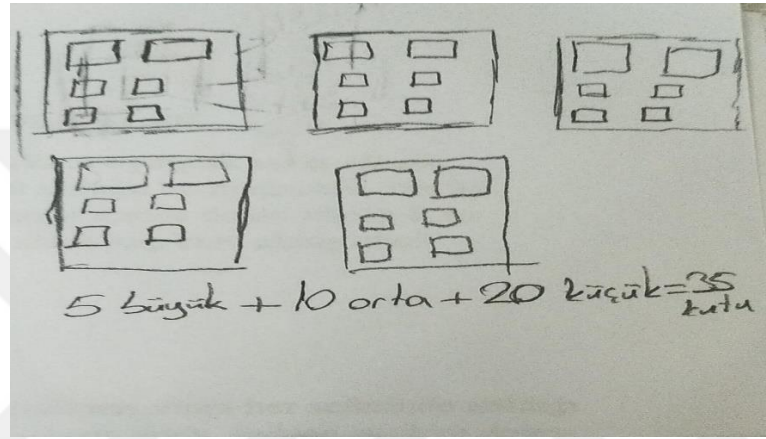
Öğrencilere birinci problemde bir oyuncak mağazasındaki büyük, orta ve küçük boy kutulardan; her büyük boy kutu içinde iki orta boy kutu ve her orta boy kutu içinde de iki küçük boy kutu olduğu verilmiştir. Beş adet büyük boy kutu alındığında toplam kaç kutu alınacağı sorulmuş ve problemi farklı yollardan çözmeleri istenmiştir. Birinci problem için yapılan farklı çözüm yollarının sayısı Tablo 4.1.'de sunulmuştur.

Tablo 4.1. Kutu probleminde her bir öğrencinin yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı

Öğrenci	Çözüm Çeşidi Sayısı
Ö1	2
Ö2	1
Ö3	3
Ö4	2
Ö5	1

Tablo 4.1.'de görüldüğü gibi kutu probleminin çözümünde öğrencilerden Ö3, 3 farklı çözüm yolu üretirken, Ö1 ve Ö4 problemi 2 farklı yoldan çözebilmiştir. Diğer öğrenciler ise problemi sadece bir yoldan çözmüş ve farklı çözüm yolları bulamadıklarını söylemişlerdir.

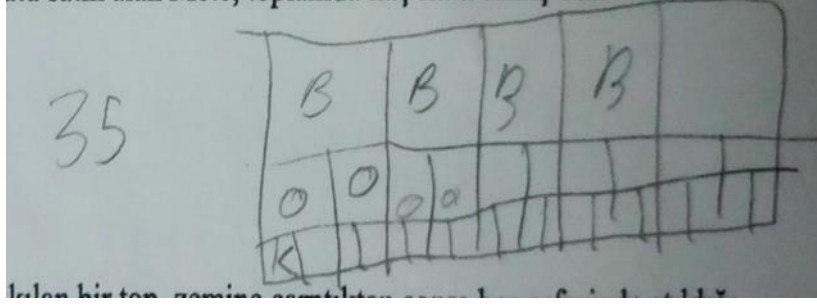
Öğrenciler kutu probleminin çözümünde en çok şekil ve diyagram kullanma yöntemini tercih etmişlerdir. Öğrencilerin kullandıkları diğer yöntemler ise orantı kurma, dört işlem yapma ve kesirlerle işlem yapmadır. En çok tercih edilen çözüm yöntemini kullanan öğrencilerden Ö3'ün cevabı örnek olarak Şekil 4.1.'de verilmiştir.



Şekil 4.1. Kutu problemini şekil veya diyagram kullanma yöntemiyle çözen öğrenci cevabı

Şekil 4.1.' de yapılan çözüm stratejisinde Ö3 önce büyük kutuyu temsil eden büyük bir dikdörtgen çizmiştir. Her büyük boy kutunun içinde iki orta boy kutu bulunduğu için, büyük dikdörtgenin içine iki orta boy dikdörtgen çizmiştir. Her orta boy kutunun içinde de 2 küçük boy kutu olduğundan her orta boy kutunun altına iki küçük dikdörtgen çizmiştir. Daha sonra kutuları boyutlarına göre ayrı ayrı sayarak, 5 büyük boy, 10 orta boy ve 20 küçük boy kutu olduğunu söylemiş ve bunları toplamıştır. Sonucu toplamda 35 kutu olarak bulmuştur. Bu çözüm yolu Ö3'ün kutu problemi için ürettiği 3. çözüm yoludur.

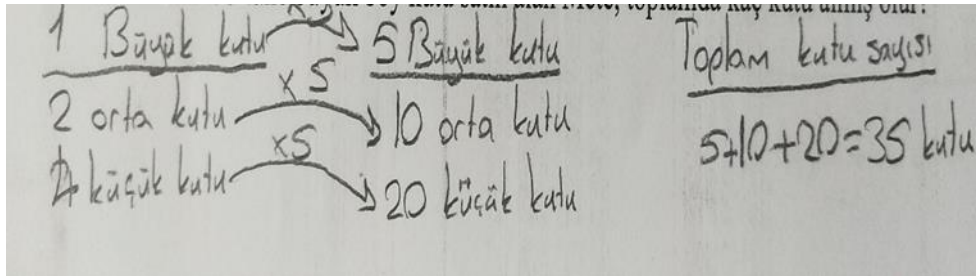
Ö1, problemi iki yoldan çözebilmiştir. İlk olarak büyük, orta ve küçük boy kutu sayılarını zihinden çarpma işlemleri yaparak yazmış ve sonuçları toplamıştır. İkinci yol olarak ise şekil çizmeyi tercih etmiştir. Ö1'in çizdiği şekil Ö3 öğrencisinin çizdiği şekilden daha farklıdır. Ö1'in çözümü Şekil 4.2.'de gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Kutu problemine farklı bir şekil çizen öl'in cevabı

Ö2, önce problemde verilenleri yazarak çözüme başlamıştır. Büyük boy kutu içinde iki orta, iki orta boy kutu içinde de dört küçük boy kutu olduğunu belirtmiştir. Daha sonra bulduğu bu sayıların her birini beş ile çarpmıştır. Böylece 5 büyük, 10 orta ve 20 küçük boy kutu olduğunu bulmuş ve bu sonuçları toplamıştır. Ö2 soruyu sadece bir yoldan çözebilmiş, aklına başka çözüm yolunun gelmediğini söylemiştir.

Kutu problemine en fazla çözüm yolu üretebilen öğrenci Ö3 olmuştur. Ö3 birinci yol olarak orantı kurmayı tercih ettiğini söylemiştir. Kutu sayılarını 1 büyük kutu, 2 orta kutu ve 4 küçük kutu olarak alt alta yazmıştır. Daha sonra 5 büyük kutu olduğundan hepsinin 5 katının alınması gerektiğini belirterek karşılıklarına "x5" şeklinde yazmış ve 5 büyük, 10 orta ve 20 küçük boy kutu olduğunu göstermiştir. Buna göre de bulduğu sayıları toplamış ve toplam kutu sayısını 35 olarak bulmuştur. Aşağıda Ö3'ün bu stratejiyi kullanarak yaptığı çözüm Şekil 4.3.'te örnek olarak sunulmuştur.



Şekil 4.3. Kutu problemini orantı kurma stratejisiyle çözen öğrenci cevabı

Ö3, ikinci yol olarak kesirleri kullanabileceğini söylemiştir. Bir büyük ve 2 orta boy kutu için $\frac{1}{2}$ kesrini yazmış ve 5 büyük kutu olduğundan kesri 5 ile genişletmiştir. Böylece $\frac{5}{10}$ kesrini elde etmiş ve 5 büyük, 10 orta boy kutu olduğunu söylemiştir. Daha sonra orta ve küçük boy kutular için $\frac{2}{4}$ kesrini yazmış ve yine 5 ile genişletmiştir. Buradan da 20 küçük boy kutu olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bulduğu sayıları topladığında buradan da toplam 35 kutu olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ö3, son bir yöntem olarak

şekillerle çalışabileceğini söylemiştir. Ö3'ün şekil kullanarak sonuca ulaştığı çözüm örnek olarak yukarıda Şekil 4.1.'de sunulmuştur.

Ö4, ilk olarak problemi şekil çizerek çözeceğini, çözümün bu yoldan çok daha anlaşılır olacağını söylemiştir. Ö4, büyük bir dikdörtgen çizip, bu dikdörtgenin içine iki orta boy dikdörtgen ve bunların içine de ikişer küçük boy dikdörtgen çizmiştir. Aynı şekli beş kez yan yana çizerek hepsinin altına toplam kutu sayısı olarak 7 yazmıştır. Daha sonra da 5 ile 7'yi çarpmış ve sonucu 35 olarak bulmuştur. Ö4, diğer bir yöntem olarak dört işlem kullanmayı tercih etmiştir. Bu yolun daha kısa olacağını belirtmiştir. Ö4'ün pratik işlem çözümü örnek olarak Şekil 4.4.'te verilmiştir.

16k.
2 orta
② küçük

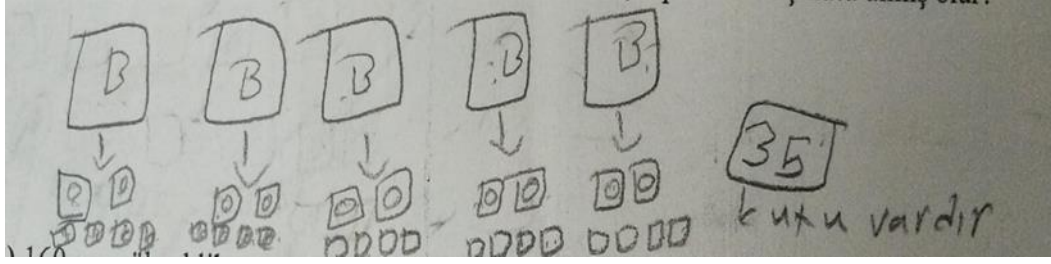
3 orta 7-5=35

$\times 2$
6 orta = 7 kutu

Şekil 4.4. Kutu problemini dört işlem yapma yöntemiyle çözen öğrenci cevabı

Şekil 4.4.'te görüldüğü gibi Ö4, önce 3 ile 2'yi çarpmış ve sonra 1 ekleyerek, 1 büyük kutu alındığında toplam 7 kutu alınacağını söylemiştir. 5 büyük kutu alınacağından, 7 ile de 5'i çarparak yine doğru sonuca ulaşmıştır.

Son olarak Ö5 öğrencisi problemi en çok tercih edilen yöntem olan şekil çizme yoluyla çözmüştür. Ö5 diğer öğrencilerden daha farklı bir şekil çizmiştir. Önce bir büyük kare, onun altına iki orta boy kare ve her orta boy karenin altına da iki küçük kare çizen Ö5, çizdiği kutuları tek tek sayarak sonucu 35 bulmuştur. Ö5'in çözümü örnek olarak Şekil 4.5.'te sunulmuştur.



Şekil 4.5. Kutu probleminin çözümünü farklı bir şekil çizerek çözen ö5'in cevabı

Şekil 4.5. incelendiğinde, Ö5'in büyük, orta ve küçük boy karelerle şekli oluşturduğu görülmektedir. Ö5, her büyük kutunun altına iki orta boy kutu çizmiş, her orta boy kutunun altına ise iki küçük boy kutu çizmiştir. Sonra tüm kutuları saymış ve 35 kutu olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Bu çalışmada öğrenci çözümlerinin ayrıntılı bir şekilde incelenmesinden sonra öğrencilerin matematiksel yaratıcılıkları, Wallas (1926)'ın hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama aşamalarından oluşan yaratıcılık modeline göre incelenmiştir.

Araştırmanın birinci problemi olan kutu probleminde öğrenci çözümleri incelendiğinde beş öğrencinin de hazırlık aşamasını tamamladığı görülmüştür. Örneğin Ö1, problemi anladıktan sonra verilenleri not ederek hazırlık yapmıştır. Ö1, kutu sayılarını kutu isimlerinin altına yazarak ihtiyaç duyulan bilgileri belirlemiştir. Büyük kutu sayısı için 5, orta boy kutu sayısı için 10 ve küçük boy kutu sayısı için de 20 yazmıştır. Ö2 öğrencisi ise çözüm için gerekli olabilecek bilgiler yazmış ve ölçütlerine göre yazdıklarını kullanmıştır. Ö2, büyük başlığı altına 2 orta, orta başlığı altına 2 küçük yazarak kutular arasındaki ilişkileri belirtmiştir. Ö3, kullandığı üç farklı yolda da önce gereksinime göre belirlemeler yapmıştır. Daha sonra bu hazırladığı bilgileri çözümün devamında kullanmıştır. Örnek olarak Ö3, ikinci yolda büyük boy kutu sayısının orta boy kutu sayısına oranını $\frac{1}{2}$ ve orta boy kutu sayısının küçük boy kutu sayısına oranını da $\frac{2}{4}$ olarak yazmış ve çözümü için hazırlık yapmıştır. Ö4, hazırlık aşamasında problemi tanımlamış ve şekil çizmeye karar vermiştir. Bir büyük dikdörtgen içerisine iki orta boy dikdörtgen ve her orta boy dikdörtgen içerisine de iki küçük dikdörtgen çizmiş ve aynı şekli beş kez yan yana çizmiştir. Ö5 öğrencisi de diğerlerinden farklı bir şekil çizmiş ve şeklin içine bilgileri yerleştirmiştir. Örneğin büyük dikdörtgenin içine B, orta boy dikdörtgenin içine O, küçük olana ise K yazmıştır. Böylece beş yedinci sınıf öğrencisinin de yaratıcılığın ilk aşaması olan hazırlık aşamasına sahip oldukları görülmüştür.

Yaratıcılığın ikinci aşaması olan kuluçka aşamasının da beş öğrenci tarafından tamamlandığı görülmüştür. Örnek olarak Ö1, yazdığı bilgileri geçmişteki bilgileriyle ilişkilendirerek açıklamıştır. Ö1 bulduğu kutu sayılarını 5, 10, 20 şeklinde iki katına çıkan bir örüntü olarak yazmıştır. Ö2 öğrencisi de önce bir orantı düşünmüş ve 5'ten başlayarak sayıları 2 ile çarpmıştır. Ö3, bilgileri topladıktan sonra kuluçka aşamasında durup düşünerek ve önceki bilgilerini kontrol ederek kutu problemini farklı yollardan çözebileceğini söylemiştir. Ö4 ise problemi anladıktan sonra hızlı bir şekilde çözümünü yapmış, fakat ikinci yol için düşünmek istemiştir. Diğer soru çözümleri bittikten sonra birinci probleme geri dönmüş ve soruyu ikinci bir yoldan çözebilmiştir. Ö4'ün kuluçka aşaması diğerlerine kıyasla daha uzun sürmüştür. Ö5 ilk olarak dört işlem yolunu denemiş, fakat sonra bu çözümden vazgeçerek biraz daha düşünmüş, sonra soruyu şekil çizerek çözmüştür.

Klinik görüşmeler sonucu elde edilen çözümler incelendiğinde Ö1 ve Ö3'ün aydınlanma aşamasına sahip oldukları, fakat Ö2, Ö4 ve Ö5'in aydınlanma aşamasına ulaşamadıkları görülmüştür. Ö1 ilk çözümünü yaptıktan sonra ikinci çözüm yolunu önce bulamamıştır. Sonra birden "Aa, şekillerle çözebilirim!" demiştir ve böylece aydınlanma aşaması gerçekleşmiştir. Böylece Ö1 yeni bir yol daha fark etmiş ve soruyu ikinci bir çözüm yolu olarak şekil çizme yöntemiyle çözmüştür. Ö3 ise problemi ilk tercih ettiği orantı kurma yöntemiyle çözerken "Bunu kesirle de yapabilirim!" diyerek akıl yürütmüştür ve "Bu soruyla ilgili aklıma birden fazla fikir geldi!" diyerek de beyin fırtınası yapmıştır ve aydınlanma aşamasına ulaşmıştır. Aydınlanma aşamasına ulaşan Ö3, birinci çözümünü yaptıktan sonra, ikinci yol olarak soruyu $\frac{1}{2}$ ve $\frac{2}{4}$ kesirleriyle ilişkilendirerek çözmüştür. Devamında bir yol daha keşfettiğini söyleyen Ö3, problemi şekille de çözerken bu çözümün somut ve anlaşılır bir yol olduğunu ifade etmiştir.

Çözümlerin incelenmesi sonucunda, son aşama olan doğrulama aşamasına sadece Ö3 öğrencisinin ulaştığı görülmüştür. Ö3 çözümlerini yaptıktan sonra incelemiş, bazen geriye dönük düzeltmeler yapmış ve sonuçların doğruluğundan emin olmak için birtakım kontroller yapmıştır. Ö1, Ö2, Ö4 ve Ö5 öğrencileri ise problemi çözdükten sonra diğer aşamaların sağlandığını gösteren bir doğrulama çalışması yapmadıklarından bu aşamayı tamamlayamamışlardır. Örneğin Ö1, işlemleri zihinden yaparak sadece sonuçlarını yazmış ve kontrol etme ihtiyacı duymamıştır. 5, 10, 20 ve 35 yazıp diğer çözüme geçmiştir. Ö2 ise işlemleri yazarak yapmış, fakat doğruluğunu kontrol etmeden diğer soruya geçmek istemiştir. Ö2'nin işlemleri $2 \times 5 = 10$, $10 \times 2 = 20$ ve $10 + 20 = 30$, $30 + 5 = 35$

şeklinde. Ö4, problemi iki yoldan çözüp aynı sonuca ulaştığından sonucu doğru kabul etmiş ve doğrulama için geriye dönüp çözümün kontrolünü sağlamamıştır. Birinci yolda, kutuları iç içe çizerek aynı şekli beş kez tekrar eden Ö4, her bir şeklin altına 7 yazarak, zihinden çarpma işlemiyle sonucu 35 olarak bulmuştur. İkinci yolda ise, orta boy kutunun içindeki iki küçük kutuyla beraber toplam 3 kutu olduğunu söylemiş ve bundan iki tane olduğundan $3 \times 2 = 6 + 1 = 7$ işlemini yapmıştır. 5 büyük kutu için de $7 \times 5 = 35$ işlemini yaparak aynı sonuca ulaşmıştır.

Bu incelemeler sonucunda kutu problemini çözen yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel yaratıcılıklarıyla ilgili bir genelleme yapacak olursak, tüm yaratıcılık aşamalarını tamamlayan Ö3'ün problem çözme sürecinde matematiksel yaratıcılığa sahip olduğunu söyleyebiliriz. Yapılan klinik görüşmede Ö3'ün kutu problemini çözme süreci örnek olarak aşağıda diyalog halinde verilmiştir:

A (Araştırmacı): Merhaba. Sana vereceğim beş problemi farklı yollardan çözmeni istiyorum. Mümkün olduğunca farklı yol bulabilirsen iyi olur. Başlayabilirsin.

Hazırlık Aşaması: Bu aşamada Ö3 önce problemi okumuş ve anlamaya çalışmıştır. Daha sonra bir süre düşünerek yapacağı çözüm yoluna karar verip çözümü yazmaya başlamıştır.

Ö3 (Öğrenci 3): (Birinci problemi yani kutu problemini okur ve çözüme başlar).

A: Bu soruda ilk olarak nasıl bir yol tercih ediyorsun?

Ö3: Daha çok belirgin olarak, ayıra ayıra yapıyorum. (Büyük-orta-küçük yazar ve altını çizer).

A: Yani önce verilenleri yazıp ilişkilerini mi inceleyeceksin?

Ö3: Evet, böyle daha iyi oluyor.

Ö3 problemi okuyup anladıktan sonra, kullanacağı bilgileri hazırlamaya başlamıştır. Büyük, orta, küçük şeklinde başlıklar atarak, sırayla 1,2 ve 4 sayılarını yazmıştır. Burada 1 büyük kutu sayısını, 2 her büyük kutu içindeki orta boy kutu sayısını, 4 ise iki orta boy kutudaki küçük boy kutu sayısını göstermektedir. Problemin çözümüne yönelik ön bilgileri toparlayan Ö3, daha sonra çözüm için belirlediği yöntemin işlem adımlarına geçmeye hazır hale gelmiştir.

Kuluçka Aşaması: Ö3 bu aşamada çözüm yöntemi olarak orantı kurma yolunu seçmiştir. Önce 1 büyük kutu, 2 orta boy kutu ve 4 küçük kutuyu kullanarak orantının kaç kat

arttığını belirlemiştir. Problemdede 5 büyük kutu alındığında toplam kaç kutu olduğu sorulduğu için orantınının 5 kat arttığını yazmıştır.

A: Çözümünü biraz açıklar mısın?

Ö3: Bir büyük kutuda kaç tane kutu olduğunu buldum. Daha sonra beş büyük kutuda kaç kutu olduğunu buldum bir büyük kutuya göre.

A: Bulurken orda ne kullandın?

Ö3: Orantıya göre yaptım. Daha sonra da bütün kutu sayılarını topladım.

Ö3, zihninde üretmiş olduğu çözüm yolunu, önceki bilgilerini mevcut bilgileriyle ilişkilendirerek ortaya çıkarmıştır. Orantı kurma yöntemini kullanan Ö3, daha önce hazırlık aşamasında belirlediği 1 büyük boy kutu, 2 orta boy kutu ve 4 küçük boy kutuyu ifade eden sayıları 5 ile çarpmış ve sonuçlarını 5 büyük boy kutu, 10 orta boy kutu ve 20 küçük boy kutu olarak bulmuştur. Son olarak bulduğu sayıları $5+10+20=35$ olarak toplamış ve doğru sonuca ulaşmıştır.

Aydınlanma Aşaması: Bu aşamada başka bir yol bulabilmek için Ö3 bir süre düşündükten sonra bir anda kesirlerle çözüm yapabileceğini söylemiştir. Daha sonra zihninde şekillenen çözümü yapmaya başlamıştır.

A: Tamam, peki başka bir yoldan çözsün nasıl çözerdin?

Ö3: (Düşünür). Hmm, kesir şeklinde olabilir! (Çözüme başlar)

A: Ne yazdığını açıklar mısın?

Ö3: Burada iki tane orta kutu, dört tane küçük kutu var (oran olarak yazar). Bir de büyük kutu var. Bunların hepsini toplarız, beş ile çarparız.

Birinci yolu bitirdikten sonra farklı yollar bulması istenen Ö3 bir süre düşündükten sonra orantı ile kesiri ilişkilendirerek kesirlerle işlem yapabileceğini aydınlanma anında fark etmiştir. $\frac{1}{2}$ ve $\frac{2}{4}$ kesirlerini 5 ile genişleterek $\frac{5}{10}$ ve $\frac{10}{20}$ kesirlerini elde etmiştir. Burada 1'in 5 katını bularak 5 büyük kutu, 2'nin 5 katını bularak 10 orta boy kutu olduğunu anlamıştır. Diğer kesirde ise 2'nin 5 katını alarak 10 orta boy kutu ve 4'ün 5 katını alarak 20 küçük boy kutu olduğunu bulmuştur. Daha sonra 10 orta, 20 küçük ve 5 büyük kutu sayısını toplamıştır. Ö3 $10+20+5=35$ işlemini yaparak sonuca ulaşmıştır.

A: Tamam, aynı sonuca ulaştın. Bunların ikisi de orantı oldu. Peki farklı bir yol daha geliyor mu aklına?

Ö3: Şekillerle çalışabiliriz!

A: Evet, güzel! Deneyelim.

Ö3: (İç içe üç kutu çizer).

Ö3, problemi daha anlaşılır bir şekilde çözebilmek için zihninde yer eden daha önceden kullanmış olduğu problem çözme stratejilerinden biri olan şekil çizme yöntemini kullanabileceğini fark ederek bir şimşek çakması şeklinde tanımlanan aydınlanma aşamasına ulaşmıştır. Şekli ilk denemesinde yanlış çizmiş olsa da devamında düzelterek doğru sonuca ulaşmıştır. Ö3 ilk olarak büyük bir dikdörtgen, sonra onun içine başka bir dikdörtgen ve son olarak bunun içine de başka bir dikdörtgen çizmiştir. Daha sonra birden yanlışını fark ederek, durup düşünmüş, çizdiği şekli silmiştir. Yeni şekilde bir orta boy kutu değil, iki orta boy ve dört küçük boy kutu olacağını fark etmiştir.

Doğrulama Aşaması: Ö3 problem çözümünü doğrulamak için işlemlerini yaptıktan sonra, işlemlerine geriye doğru göz atmıştır. Daha sonra bir büyük dikdörtgen içerisine iki orta boy dikdörtgen ve bunların her birisinin içine de ikişer küçük dikdörtgen çizerek şeklini düzeltmiştir. Önceki yollardan elde ettiği sonuçlarla yeni bulduğu sonucu da karşılaştırarak sonucun doğru olduğuna karar vermiştir.

A: Ne yaptın burada?

Ö3: Bir büyük kutu içinde bir orta, hmm,şey.. İki orta kutu olacaktı. (Siler)

A: Düzeltme mi yapmak istiyorsun geriye dönüp?

Ö3: Evet, iki orta ve dört küçük olacaktı. (Şekli doğru bir şekilde çizer)

Şimdi beş tane büyük kutumuzu çizdik ve bunların içinde de 2 orta, 4 büyük kutu var. Toplarsak 5 büyük, 10 orta, 20 küçük ve sonuç 35 eder.

A: Sence bu çözüm daha somut oldu mu?

Ö3: Evet, her şey daha net göründü. Diğer yolları anlamayan birisi bu yolu daha iyi anlayabilir.

Ö3, şekil çizme yöntemiyle çözümünü yaparken çizdiği şeklin yanlış olduğunu fark edip başa dönerek düzeltme yapmak istemiştir. Yeni ve doğru şekli çizerek sonuca ulaşmış ve çözümünü yaparken işlem adımlarını kontrol ederek ilerlemiştir. Hatta başa dönüp birinci ve ikinci yoldan yaptığı çözümleri de gözden geçirmiş ve tüm yaptığı çözümlerin doğruluğundan emin olmuştur.

Tüm aşamaları gerçekleştiren tek öğrenci Ö3 olmuştur. Bu bağlamda kutu probleminin çözümünde diğerlerine kıyasla tam ve etkili olarak çalıştığından, matematiksel yaratıcılık açısından en başarılı olan Ö3 öğrencisi olmuştur.

4.2. Öğrencilerin Top Problemine Ait Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

Öğrencilere ikinci problemde 160 santimetre yükseklikten serbest bırakılan bir topun, zemine çarptıktan sonra her seferinde atıldığı yüksekliğin yarısı kadar zıpladığı verilmiştir. Top beşinci kez zemine çarptığı anda sadece aşağıya doğru aldığı toplam yolun kaç santimetre olduğu sorulmuştur. Öğrencilerden problemi farklı yollardan çözmeye çalışmaları istenmiştir. Öğrencilerin ikinci problem için yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı Tablo 4.2.'de gösterilmiştir.

Tablo 4.2. Top probleminde her bir öğrencinin yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı

Öğrenci	Çözüm Çeşidi Sayısı
Ö1	2
Ö2	1
Ö3	1
Ö4	1
Ö5	2

Tablo 4.2.'de görüldüğü gibi, top probleminin çözümünde Ö1 ve Ö5 iki farklı çözüm yolu üretirken; Ö2, Ö3 ve Ö4 problemi sadece bir yoldan çözebilmişlerdir. Öğrenciler top probleminin çözümünde genel olarak dört işlem yapma yöntemini kullanmışlardır. Problemi ikinci bir yoldan çözebilen Ö1 ve Ö5 öğrencilerin kullandığı diğer yöntem ise şekil çizme yöntemidir. Ayrıca tüm öğrenciler problemi çözmüş fakat doğru sonuca ulaşan sadece Ö5 öğrencisi olmuştur. Örneğin, Ö1 öğrencisi toplama işleminde hata yaptığı için sonucu yanlış bulmuştur. Ö2 öğrencisi sorunun kökünde ne istendiğini tam olarak anlayamadığı için sonucu hatalı bulmuştur. Ö3 öğrencisi ise topun zemine çarptığı anları yanlış belirlediği için sonucu doğru hesaplayamamıştır. Ö4 tam olarak hangi sayıları toplayacağını anlayamadığı için hataya düşmüştür. Diğerlerinden farklı olarak Ö5 öğrencisi hem soruyu iki farklı yoldan çözmüş, hem de kullandığı her iki yöntemde de doğru cevabı bulmuştur.

Top probleminde en çok tercih edilen dört işlem yapma yöntemini kullanarak çözüm yapan öğrencilerden Ö5'in cevabı örnek olarak Şekil 4.6.'da verilmiştir.

160cm

$$\begin{array}{r} 160 \\ -16 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ 80 \\ 40 \\ 20 \\ + 10 \\ \hline 310 \end{array}$$

$80 : 2 = 40 ; 2 = 20$
 $20 : 2 = 10$

Şekil 4.6. Top problemini dört işlem yapma yöntemiyle çözen öğrenci cevabı

Şekil 4.6.'da görüldüğü gibi, kullanılan çözüm yönteminde Ö5, topun önce 160 santimetreden başladığını söylemiş ve 160 sayısını bir kenara yazmıştır. Daha sonra 160'ı 2'ye bölerek 80 elde etmiş ve bunu da 160 sayısının altına not etmiştir. Devamında çıkan sayıyı sürekli ikiye bölerek ilerlemiştir. 80'i 2'ye bölmüş ve 40 bulmuş; 40'ı 2'ye bölmüş ve 20 bulmuş 20'yi 2'ye bölmüş ve 10 bulmuştur. 5 sayı elde ettiğini gördükten sonra bu sayıları toplamış ve sonucu 310 olarak doğru bir şekilde bulmuştur. Bu çözüm yolu Ö5'in birinci olarak kullandığı çözüm yoludur.

Ö1 öğrencisi problemi iki yoldan çözebilmiştir fakat işlem hatası yaptığından dolayı doğru sonuca ulaşamamıştır. Ö1 problemi okuduktan sonra bir süre düşünmüş ve 2'ye bölerek yapabileceğine karar vermiştir. Önce 160'ı 2'ye bölerek 80 bulmuş daha sonra 80'i 2'ye bölerek 40 bulmuş ve devamında 40'ı ikiye bölerek 20, 20'yi 2'ye bölerek 10 ve son olarak da 10'u ikiye bölerek 5 bulmuştur. Sonra problemde aşağıya doğru alınan toplam yol sorulduğundan; önce 80, 40, 20, 10, ve 5 sayılarını toplayarak 175 bulmuştur. Ö5 burada yaptığı toplam işleminde hataya düşmüştür. $80+40+20+10+5=155$ olması gerekirken işlem hatası yaparak bu toplamın sonucunu 175 bulmuştur. Elde ettiği 175 sayısı ile de 160'ı toplayarak sonucu 335 olarak yanlış bulmuştur. Ayrıca burada Ö1'in yaptığı başka bir hata da topun zemine 6. kez çarptığı yolu 5. kez çarptığı an sanarak bu yolu hesaba katması olmuştur. Topun zemine 5. Kez çarptığı anda aşağıya doğru aldığı yol 10 cm. olduğu halde Ö1 bunu 5 olarak hatalı bir şekilde hesaplamıştır.

İkinci yol olarak ise Ö1 şekil çizme yöntemini kullanmak istemiştir. Ö1, 160 sayısını yazarak altına dikey bir çizgi çizmiştir. Daha sonra bunun yanına daha kısa bir dikey çizgi çizerek üzerine 80 yazmış ve bu şekilde devam ederek dikey çizgileri her adımda kısaltmış ve sırasıyla 40, 20, 10 ve 5 sayılarını çizgilerin üzerine yazmıştır. Ö1, sayıları sürekli zihinden ikiye bölerek ilerlemiştir. Burada 160'ı topun aşağıya doğru aldığı ilk yol, top tekrar yukarıya zıpladıktan sonra 80 'i aşağıya doğru alınan ikinci yol

olarak belirtmiştir. Bu şekilde ilerleyerek, üçüncü yol olarak 40cm, dördüncü yol olarak 20 cm, beşinci yol olarak 10 cm ve altıncı yol olarak da 5 cm'yi hesaba katmıştır. İşlemin devamında ise Ö1, toplama işlemini yapmamayı tercih etmiştir. Birinci yolda bulunduğu sonuç ile aynı sonuca ulaşacağını düşündüğünden sonucu yine 335 olarak söylemiştir. Problemi iki yoldan da çözen Ö1, sonucu yanlış bulduğunu fark etmemiştir. Başka bir yol daha bulması istendiğinde bunlardan başka bir yol bulamadığını söylemiştir. Aşağıda Ö1'in kullandığı birinci yol olan dört işlem yapma yöntemini kullanarak yaptığı çözüm Şekil 4.7.'de verilmiştir.

aldığı yol toplam kaç cm'dir?

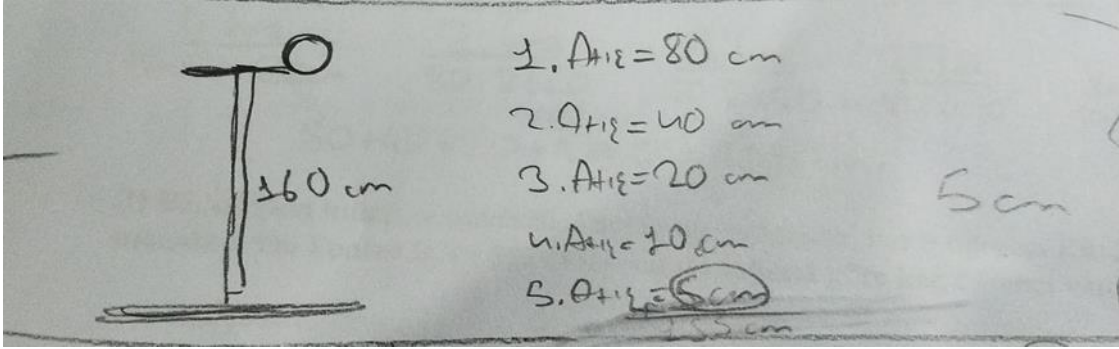
$$\begin{array}{r}
 160 \\
 \hline
 180 \\
 +40 \\
 +20 \\
 +10 \\
 +5 \\
 \hline
 335
 \end{array}$$

Şekil 4.7. Top problemini dört işlem yapma yöntemiyle çözen ö1'in cevabı

Şekil 4.7.'de görüldüğü gibi Ö1 topun ilk yüksekliği olan 160 cm'yi sürekli ikiye bölerek, topun her seferinde yüksekliğinin yarısı kadar zıpladığını hesaplamıştır. Fakat topun 6. Kez zemine çarptığı an olan 5 cm'yi 5. kez olarak anlamıştır. Bununla birlikte 160 dışındaki sayıların toplamını da 155 yerine hatalı olarak 175 bulmuştur. Son olarak 175'i 160 ile toplamış, 335 sonucunu elde etmiştir. Ö1, top probleminde doğru sonuca ulaşamamıştır.

Ö2 öğrencisi, problemi sadece bir yoldan çözebilmiştir. Fakat Ö2, problemi çözdükten sonra sorunun kökünde istenilen ifadeyi tam olarak anlayamadığından sonucu yanlış bulmuştur. Problemden aşağıya doğru alınan toplam yol sorulmaktadır, Ö2 ise en son adımda topun aldığı toplam yolu sonuç olarak bulmuştur. Ö2, çözümüne önce bir şekil çizerek başlamıştır. T şeklinde bir duvar çizerek üzerine bir top çizmiş ve duvarın zemine olan yüksekliğini 160 santimetre olarak yazmıştır. Daha sonra 1. atış için 80 santimetre, 2. atış için 40 santimetre, 3. atış için 20 santimetre, 4. atış için 10 santimetre, 5. atış için 5 santimetre olarak alt alta yazmıştır. Ö2, 160 sayısından başlayarak sayıları sürekli ikiye bölmüş ve bölme işlemlerini zihinden yapmıştır. Daha sonra soruda ne istendiğini tekrar okuyarak anlamaya çalışmış ve cevabı 5 santimetre olarak yazmıştır.

Sonucu hatalı olarak bulan öğrencilerden birisi olan Ö2'nin cevabı Şekil 4.8.'de örnek olarak gösterilmiştir.



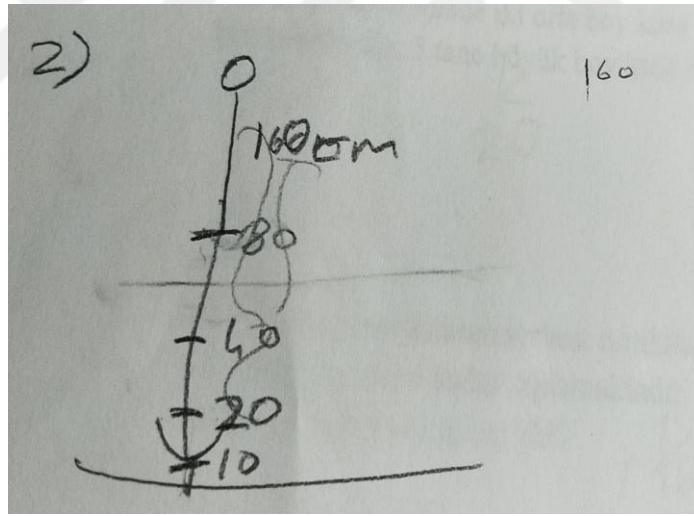
Şekil 4.8. Top probleminin sonucunu hatalı olarak bulan ö2'nin cevabı

Şekil 4.8.'de görüldüğü gibi Ö2, önce 160 santimetre yüksekliği ifade eden bir şekil çizmiş daha sonra 160'ı 2'ye bölerek 1. atışı 80 santimetre olarak bulmuştur. 80'i 2'ye bölerek ikinci atışı 40 santimetre olarak; 40'ı 2'ye bölerek 3. atışı 20 santimetre; 20'yi 2'ye bölerek 4. atışı 10 santimetre ve de 10'u ikiye bölerek 5. atışı 5 santimetre olarak bulmuştur. 1. Atışı 160 cm'den başlatmadığı için 5.adıma kadar her adımda yanlış olarak ilerlemiştir. Problemden sorulan topun aşağıya doğru aldığı yolu ise 5 santimetre olarak belirlemiştir. Aşağıya doğru her atışta yol alındığını fark edemeyen Ö2, hatalı bir sonuca ulaşmıştır.

Ö3 öğrencisi top problemini sadece bir yoldan çözebilmiştir. Problemi okuyup anlayan Ö3, 1. Kez, 2. Kez, 3. Kez, 4. kez ve de 5. kez yazarak altını çizmiş bu şekilde başlıklar oluşturmuştur. Daha sonra 1. kez başlığının altında 160'ı 2'ye bölerek 80 santimetre yazmış; 2. kez başlığı altına 80'i 2'ye bölerek 40 santimetre yazmıştır. Bu şekilde devam ederek 4'ü 2'ye bölüp 20, 20'yi 2'ye bölerek 10 ve 10'u 2'ye bölerek 5 santimetre bulmuştur. Daha sonra Ö3, 80, 40, 20, 10 ve 5 sayılarını toplayarak 155 santimetre aşağıya doğru gidilen yol sonucuna ulaşmıştır. Ö3 sonucu hatalı bulmuştur. Ö3'ün hatası topun ilk kez zemine çarptığı yüksekliğin 160 santimetre olduğunu fark edememesidir. Bu durumda ikinci kez olan 80 santimetreyi 1. kez olarak yazmış ve 10 olması gereken 5. kez yerine de 5 santimetre yazmıştır. Çözümünün en başında hataya düşen Ö3, sonucu 155 santimetre olarak hatalı bir şekilde hesaplamıştır. Ö3 öğrencisinin çözümü Şekil 4.9.'da sunulmuştur.

alınan yolu; 40'ın yarısı olan 20 santimetrenin dördüncü kez aşağıya doğru alınan yolu; 20'nin yarısı olan 10 santimetrenin de beşinci kez aşağıya doğru alınan yol olduğunu belirtmiştir. Aşağıya doğru alınan yolları sırasıyla doğru bir şekilde tespit eden Ö5, 160,80,40,20 ve 10 sayılarını alt alta yazarak toplamıştır ve sonucu 310 olarak bulmuştur. Sonucu doğru bir şekilde bulan tek öğrenci Ö5'tir.

Daha farklı bir yolla top problemini çözmesi istendiğinde Ö5 şekil çizebileceğini söylemiştir. Dikey bir çizgi çizerek üzerine bir top yerleştiren Ö5, şekil üzerinde ilk yüksekliği 160 santimetre olarak belirlemiştir. Daha sonra ikiye bölme işlemlerini zihinden yaparak bulduğu sonuçları şekil üzerine yazmıştır. Çözümün devamında, 160'ı dikey bir çizgi üstüne yazarak, 160'ın yarısı olan 80, daha sonra 80'in yarısı olan 40, 40'ın yarısı olan 20 ve son olarak da 20'nin yarısı olan 10 sayısını şekil üzerinde yukarıdan aşağıya doğru sırasıyla yazmıştır. Daha sonra aynı sayıları toplayacağını ve sonucun yine 310 edeceğini söylemiştir. Ö5'in şekil ile yaptığı çözüm aşağıda Şekil 4.10.'da örnek olarak sunulmuştur.



Şekil 4.10. Top problemini şekil çizme yöntemiyle çözen ö5'in cevabı

Şekil 4.10.'da görüldüğü gibi, Ö5 bir top çizerek yukarıdan aşağıya doğru sayılarla çalışmıştır. Topun ilk bırakıldığı yükseklik 160 santimetre olduğundan, en üst kısma 160 yazmıştır. Daha sonra ise top zemine çarptığında yüksekliğinin yarısı kadar zıpladığından, 160'ın yarısı olan 80'i biraz daha aşağıya yazmıştır. Aynı mantıkla devam ederek 80'in yarısı olan 40'ı biraz daha aşağıya, 40'ın yarısı olan 20'yi dördüncü kez zemine çarpma yüksekliği olarak, 20'nin yarısı olarak 10'u da beşinci kez zemine çarptığı an olarak belirlemiştir. Daha sonra bu sayıları topladığında 310 olduğunu söylemiştir.

Toplama işlemini birinci yolda yaptığı için burada tekrar toplama işlemi yapmaya gerek duymamıştır.

Top problemine öğrencilerin yaptığı çözümler incelendiğinde, beş öğrencinin de hazırlık aşamasını gerçekleştirdiği görülmüştür. Mesela Ö1 problemi okuduktan sonra verilen 160 sayısını yazarak ve bir şekil kullanarak çözümüne başlamıştır. Ö2 ise çözüm için özet bilgiler yazarak daha sonra bunları kullanmıştır. Ö2, topun her zıpladığında kaç santimetre yüksekliğe çıktığını sırasıyla 80, 40, 20, 10 ve 5 olarak beş adım için not etmiştir. Daha sonra çözümünde not ettiği bilgileri kullanmıştır. Ö3, Ö2 ile benzer olarak topun 1., 2., 3., 4. ve 5. sefer zıpladığı anlardaki yüksekliklerini sırasıyla 80, 40, 20, 10 ve 5 olarak yazmıştır. Ö4 ise topun zemine çarptığı anları 1, 2, 3, 4 ve 5 olarak belirlemiş ve işlem adımlarını bu sayı numaralarının üstünde yapmıştır. Ö5 ise problemi dikkatli bir şekilde okumuş ve biraz düşünmüştür. Daha sonra 160 santimetre ve bir top çizerek aşağıya doğru ok ile göstermiş ve aşağıya doğru alınan ilk yolun 160 cm olduğunu anlamıştır. Çözümünün devamını da burada kullandığı ölçüte göre gerçekleştirmiştir.

Öğrencilerin tamamı top problemini okuduktan sonra biraz düşünerek çözüm yöntemlerini şekillendirmişler ve böylece kuluçka aşamasına da ulaşmışlardır. Örneğin Ö1, 160'tan başlayarak sayıları sürekli ikiye böleceğini söyleyerek çözümünü yapmıştır. 6 sefer üst üste ikiye bölme işlemi yaparak bulduğu sonuçları toplamıştır. Ö2 ise şekil çizerek çözüme başlamış fakat dört işlem kullanırsa daha pratik bir çözüm yapabileceğini anlamıştır. Ö3 öğrencisi zihninde ilk olarak ikiye bölme işleminin oluştuğunu söylemiştir. Çözümünü buna göre yapmıştır. Ö4 ise kuluçka aşamasında en hızlı davranan öğrenci olmuştur. Ö4 hızlı bir şekilde daha önce de bunun gibi bir soru çözdüğünü belirterek çözüme geçmiş ve dört işlem kullanarak çözümünü yapmıştır.

Araştırmanın ikinci problemi olan top probleminde çözüm yapan beş 7. sınıf öğrencisinden hiçbirisi aydınlanma aşamasını gerçekleştirememiştir. Örneğin Ö1, soruyu iki farklı yoldan çözdüğü halde sonucu hatalı bulmuş hatta yaptığı yanlışı bile fark edememiştir. Ö1, problemi dört işlem yapma ve şekil çizme yöntemleri ile çözmüş fakat toplama işlemi yaparken işlem hatasına düşmüştür. Ö2 ise topun aşağıya doğru aldığı yolu hesaplarken sadece son adımda bulmuş olduğu 5 santimetreyi hesaba katmıştır. Ayrıca farklı bir çözüm yolu da üretememiştir. Ö3, topun ilk aldığı yolun 160 santimetre olduğunu anlayamadığından aydınlanma aşamasını gerçekleştirememiştir. Ö4 top problemine benzer başka soruları düşünmüş, zihninde canlanan çözümü gerçekleştirdiği

halde yanlış sonuca ulaştığından, Ö3 gibi 1. Adımda aşağıya doğru topun almış olduğu 160 santimetre olan yolu kullanamamıştır. Ö5 ise problemi doğru anlamış, hazırlıklarını yapmış, çözümünü planlamış fakat aydınlanma aşamasını gerçekleştirecek ani bir şimşek çakması yaşamamıştır.

Çözümlerin incelenmesi sonucunda son aşama olan doğrulama aşamasını hiçbir öğrencinin gerçekleştiremediği görülmüştür. Örneğin Ö5, soruyu doğru bir şekilde çözmüş fakat geriye dönüp kontrol etme ihtiyacı hissetmemiştir. Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö4 öğrencileri ise çözümlerinde hataya düşmüş, doğru sonuca ulaşamamış ve yaptıkları yanlışlıkları bile fark edememişlerdir. Ö1, yan yana yazmış olduğu sayıları zihinden toplayarak, toplama işleminde hata yapmış ve geri dönüp kontrol etmediğinden bu hatayı fark edememiştir. Ö2 ise problemi tam olarak anlayamadığından hatalı bir sonuca ulaşmış fakat herhangi bir sağlama yapma ihtiyacı da hissetmemiştir. Ö3 ise topun ilk bırakıldığı 160 cm yükseklikten aşağıya doğru yol aldığını fark edemediğinden topun 1. kez yere çarpma anını 80 santimetre olarak belirlemiş ve çözüme buradan başlamıştır. Dolayısıyla hataya düşmüş ve geriye dönüp çözümünü kontrol etmediğinden doğrulama aşamasına ulaşamamıştır. Ö4 geriye doğru gitmeyi bir an düşünmüş fakat bir iki adım gittikten sonra karar değiştirip sonucu yazarak çözümünün bittiğini söylemiştir ve doğrulama aşamasına ulaşamamıştır.

Yapılan incelemeler sonucunda top problemini çözen 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel yaratıcılıklarını değerlendirecek olursak, öğrencilerin top probleminde çok fazla yaratıcılıklarını sergileyemedikleri görülmüştür. Yapılan klinik görüşmelerden örnek olarak, Ö5'in top problemini çözme süreci diyalog şeklinde aşağıda verilmiştir.

A: İkinci soruya geçebilirsiniz.

Hazırlık aşaması: Ö5 önce problemi okumuş ve bir süre düşünmüştür. Problemde verilenleri sesli bir şekilde düşünerek çözümü için bir taslak hazırlamıştır.

Ö5: (Soruyu okur ve düşünür). Hmm...160 santimetre yükseklikten bırakılmış o zaman 160'ı buraya yazarız bu ilk yükseklik olur. Sonra her seferinde yarısı kadar yükseliyormuş. O zaman 160'ı 2'ye bölersek 80, bu da ikinci olur. Bunu da 160'ın altına yazalım. 80'i de ikiye bölersek 40'ı da yine oraya koyuyoruz. 40'ın yarısı da 20, bu dördüncü yükseklik oldu. 20'nin yarısı da 10, bunları da buraya koyuyoruz. Şimdi toplayalım, 310 çıktı.

Problemde verilenlerden bazı ölçütler belirleyen Ö5, ilk yükseklik olarak anladığı 160 cm'yi bir kenara yazmıştır. Daha sonra da diğer adımlar için hazır olan sonuçları 160'ın

altına sırayla yazmıştır. Çözümünün devamında hazırladığı bilgileri kullanan Ö5, hazırlık aşamasını etkili bir şekilde tamamlamıştır.

Kuluçka aşaması: Ö5, Çözüm için gerekli bilgileri belirledikten sonra birinci yol olarak dört işlem yapma yöntemi ile top problemini çözmüştür. Ö5, topun ilk bırakıldığı yüksekliğin 160 cm olduğunu anladıktan sonra, her zıpladığında yarısı kadar yükseleceğini belirterek 160'ı 2'ye bölmüş ve 80 olan ikinci yüksekliği bulmuştur. 80'i 2'ye bölerek 40 olan üçüncü yüksekliği, 40'ı 2'ye bölerek 20 olan dördüncü yüksekliği ve son olarak 20'yi 2'ye bölerek 10 olan beşinci yüksekliği hesaplamıştır. Probleme topun aşağıya doğru aldığı toplam yol sorulduğundan, Ö5 bulduğu bu beş yüksekliği toplamış yani, $160 + 80 + 40 + 20 + 10 = 310$ sonucuna ulaşmıştır. Çözümünü planlayan ve doğru sonuca ulaşan Ö5 kuluçka aşamasını da başarılı bir şekilde tamamlamıştır.

A: Peki farklı bir yoldan çözmeyi deneyecek misin? Aklına geliyor mu?

Ö5: Şekil çizmeyi düşünüyorum. 160 santimetre yüksekten bırakılıyor, sonra yarısı kadar zıplıyor. O zaman 160'ın yarısı 80, 80'den bıraktığımızda 40'a zıplar. 40'tan bırakırsak 20'ye zıplar ve de 20'den bırakırsak son olarak 10'a zıplar, yani bunların toplamı yine 310 yapar.

Ö5 ikinci yol olarak şekil çizmeyi tercih etmiş, 160'ı çizdiği şeklin en üstüne yazmıştır. Burada da zihinden ikiye bölme işlemleriyle sonuçları şeklin üstüne yazmış ve toplamın aynı yani 310 çıktığını söylemiştir. Ö5 bu çözüm yöntemiyle de kuluçka aşamasını desteklemiştir.

Aydınlanma aşaması: Klinik görüşmeler sırasındaki incelemelerde Ö5'in aniden beliren bir bilgiye ulaştığı gözlemlenmemiştir. Çözümlerini yaparken halihazırdaki bilgilerini kullandığı görülmüştür. Dolayısıyla Ö5, aydınlanma aşamasını gerçekleştirememiştir.

Doğrulama aşaması: Ö5 problem çözümlerini yaptıktan sonra problem çözümünü başa dönerek tekrar inceleme ihtiyacı duymamıştır. Örneğin birinci yolda topladığı 160,80,40,20 ve 10 sayılarını ikinci yolda tekrar elde etmiş fakat toplamayı tekrar yaparak sonucunu kontrol etmeyi düşünmemiştir. Hiçbir kontrol yapmadan sonucunu doğru olarak kabul etmiştir. Böylece Ö5, gerekli sağlamaları yapmadığından doğrulama aşamasını gerçekleştirememiştir.

Araştırmanın ikinci problemini, öğrencilerin matematiksel yaratıcılıkları açısından ele aldığımızda beş öğrencinin de yaratıcılıklarını çok fazla sergileyemediklerini söyleyebiliriz. Ancak diğerleriyle karşılaştıracak olursak, ikinci problemde en yaratıcı

öğrencinin Ö5 öğrencisi olduğu söylenebilir. Ö5 verilenleri doğru anlamış, iki farklı yoldan çözüm yapabilmiş ve doğru sonuca ulaşmıştır.

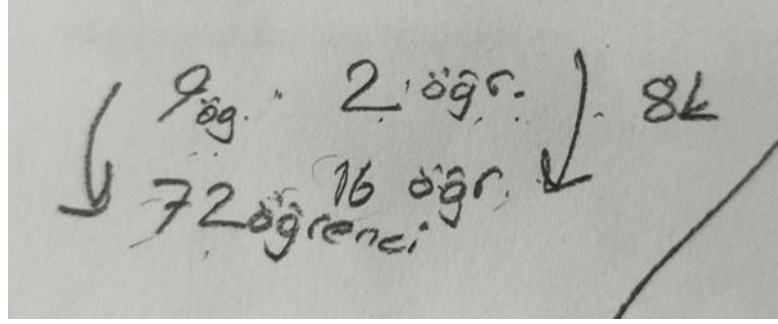
4.3. Konser Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

Araştırmanın üçüncü problemi olan konser probleminde, bir okulun katılacağı konserde her 9 öğrenci için 2 öğretmenin görevli olduğu verilmiştir. 16 öğretmenin görevli olduğuna göre konsere gidecek kaç öğrencinin bulunduğu sorulmuştur. Öğrencilerden problemin çözümüne farklı yollar üretmeleri istenmiştir. Tablo 4.3.'te öğrencilerin konser probleminin çözümü için üretebildiği farklı yolların sayısı belirtilmiştir.

Tablo 4.3. Konser problemine her bir öğrencinin ürettiği farklı çözüm yollarının sayısı

Öğrenci	Çözüm Çeşidi Sayısı
Ö1	2
Ö2	4
Ö3	2
Ö4	3
Ö5	2

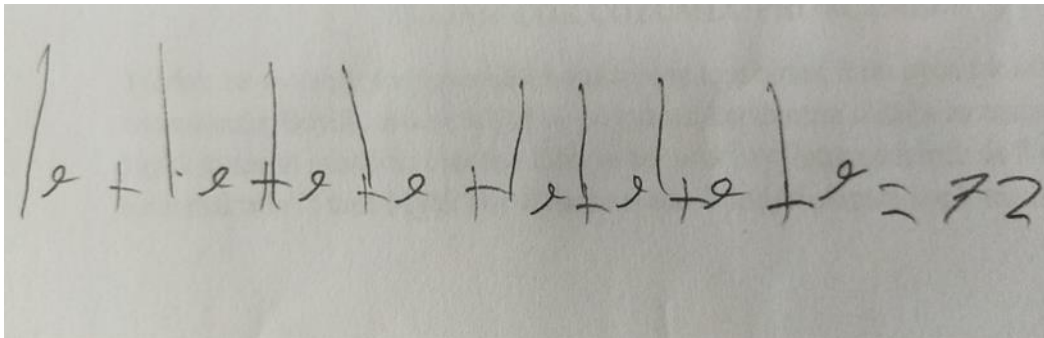
Tablo 4.3.'te görüldüğü gibi konser probleminin çözümünde Ö1, Ö3 ve Ö5 problemi iki farklı yoldan çözebilmişlerdir. Ö4 öğrencisi problemi üç yoldan çözerken, Ö2 öğrencisi probleme dört farklı çözüm yolu üretebilmiştir. Konser probleminde öğrenciler tarafından kullanılan geleneksel yol orantı kurma yöntemidir. Öğrenciler konser probleminin çözümünde, orantı kurmadan başka, denklem kurma, örüntü oluşturma, sayılar arasında ilişki kurma, birimini bularak çalışma ve şekil çizme gibi farklı yöntemler kullanmışlardır. Örneğin Ö1, birinci yolda dört işlem yapma, ikinci yolda ise şekil çizme yöntemini kullanmıştır. Ö3 ve Ö4 öğrencileri alternatif bir yol olarak örüntü kurma yöntemini kullanmışlardır. Ö1 ve Ö2 öğrencileri ise konser probleminin çözümünde şekil çizme yöntemini farklı bir yol olarak tercih etmişlerdir. Konser probleminin çözümünü tüm öğrenciler farklı yollardan yapabilmiş ve sonucu doğru bulmuşlardır. Ö2 öğrencisi araştırmanın üçüncü problemi olan konser problemini dört farklı yoldan çözebilmiş ve en çok çözüm yolu üreten öğrenci olmuştur. Konser probleminin çözümünde en çok tercih edilen yöntem olan orantı kurma yöntemi ile çözüm yapan öğrencilerden Ö4'ün cevabı örnek olarak aşağıda Şekil 11'de verilmiştir.



Şekil 4.11. Konser problemini orantı kurma yöntemiyle çözen öğrenci cevabı

Şekil 4.11.'de görüldüğü gibi Ö4, 9 öğrencinin karşısına 2 öğretmen yazmıştır. Daha sonra 9 öğrencinin altını boş bırakarak 2 öğretmenin altına 16 öğretmen yazmıştır ve böylece orantıyı kurmuştur. Daha sonra öğrenci sayıları arasındaki ilişkiye bakarak 8 katı olduğunu görmüştür. İşlemin doğru orantı olduğunu belirterek, diğer tarafta da 9 olan öğrenci sayısının 8 katını alarak zihinden çarpma işlemi yapmış ve $9 \times 8 = 72$ öğrenci sonucuna ulaşmıştır. Ö4, bu çözüm yolunu birinci yol olarak tercih etmiştir.

Ö1 öğrencisi problemi iki farklı yoldan çözebilen öğrencilerden birisidir. Birinci çözüm yolu olarak dört işlem yapma, ikinci çözüm yolu olarak şekil çizme yöntemini kullanmıştır. Ö1 problemi okuduktan sonra bir süre düşünerek, çarpma bölme işlemleri yaparak soruyu çözebileceğini söylemiştir. 16 olan öğretmen sayısını ikiye bölerek 8 bulmuştur. Ö1, bölme işlemini zihinden yapmıştır ve işlemi yazmaya gerek duymamıştır. Daha sonra bulduğu 8 sayısı ile 9 olan öğrenci sayısını çarparak $8 \times 9 = 72$ şeklinde yazmış ve doğru sonucu bulmuştur. İkinci yol olarak ise Ö1 şekil çizme yöntemini kullanmıştır. Dikey bir çizgi çizmiş ve bu çizginin 9 öğrenciyi temsil ettiğini göstermiştir. Aralarına artı koyarak 8 sefer aynı şekli yapmış ve daha sonra zihinden toplama işlemi yaparak sonucu 72 bulmuştur. Ö1'in konser problemi için şekil çizme yöntemiyle yaptığı çözüm Şekil 4.12.'de verilmiştir.

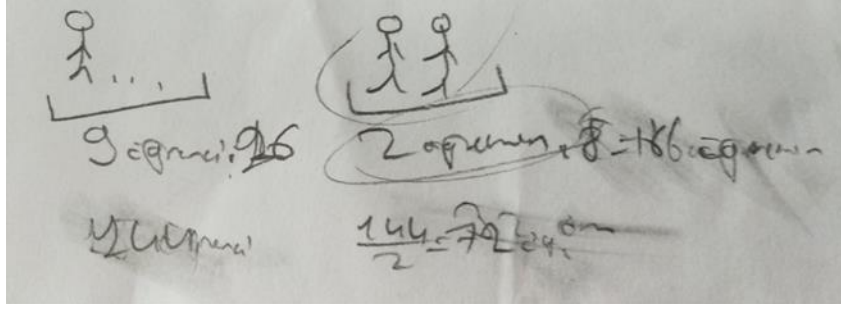


Şekil 4.12. Konser problemini şekil çizerek çözen ö1'in cevabı

Şekil 4.12.'de görüldüğü gibi Ö1, 9 öğrenciyi temsil etmesi için dikey bir çizgi kullanmıştır ve yanına 9 yazmıştır. Problemden her 2 öğretmenin 9 öğrenci için görevli olacağı söylendiğinden, 16 öğretmenin de 2'nin 8 katı olduğunu belirten Ö1, şekli 8 kez yan yana çizmiştir. Daha sonra yazdığı 9 sayılarını sırayla toplayarak 72 sonucuna ulaşmıştır. Ö1, konser problemini doğru bir şekilde çözmüştür.

Ö2 öğrencisi problemi dört farklı yoldan çözebilmiş ve en fazla çözüm yolu üretebilen öğrenci olmuştur. Ö2, birinci yol olarak orantı kurma yöntemini kullanmıştır. 9 öğrencinin karşısına 2 öğretmen ve altına da x öğrenci ve 16 öğretmen yazarak altını çizmiş ve doğru orantı olduğunu yazmıştır. Daha sonra 16 öğretmenin, 2 öğretmenin 8 katı olduğunu belirtmiştir. Daha sonra içler dışlar çarpımı yaparak önce 16 ile 9'u çarpmış 144 bulmuş ve daha sonra 144'ü 2'ye bölerek 72 öğrenci sonucuna ulaşmıştır.

İkinci bir yol olarak Ö2 denklem kurma yöntemini tercih etmiştir. $2x = 16 \cdot 9$ yazarak denklemi alt alta çözmüştür. İkinci adımda her iki tarafı ikiye bölerek, üçüncü adımda bölme işlemlerinde sadeleştirmeler yaparak $x = 72$ sonucunu yazmıştır. Üçüncü yol olarak Ö2, birimini kullanarak çalışma yöntemini kullanıp kullanamayacağını önce biraz düşünmüştür. Aslında çok da mantıklı olmadığını söylemiş ama yine de doğru sonuca ulaştığı için bu çözümü de yapabileceğini söylemiştir. Ö2, 2 öğretmene 9 öğrenci düşerse bir öğretmene 4,5 öğrenci düşer diyerek bir öğretmene kaç öğrenci düştüğünü yazmıştır. 4,5 öğrencinin olamayacağını fakat devamında 16 ile çarpacağı için sonucu tam sayı çıkacağından bu çözümü de yapabileceğini söylemiştir. $16 \times 4,5 = 72$ şeklinde yazmıştır. Sonucu doğru olarak bulduğu için bu yöntemin de kullanılabileceğini belirtmiştir. Dördüncü yol olarak Ö2, şekil çizebileceğini düşünmüştür. Ö2, çöp adam şekli kullanarak bir çöp adam çizmiş ve yanına devam ettiğini gösteren üç nokta koymuş, bu şeklin altına 9 öğrenci yazmıştır. Karşısına ise iki öğretmeni temsil eden iki çöp adam çizmiş ve altına 2 öğretmen yazmıştır. Daha sonra iki öğretmenin 8 katı 16 öğretmendir diyerek $2 \text{ öğretmen} \times 8 = 16 \text{ öğretmen}$ yazmıştır. Devamında 16 ile de 9'u çarpmış ve 144 olmuştur. 144'ü de ikiye bölerek 72 öğrenci olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ö2'nin şekil kullanarak sonuca ulaştığı çözüm Şekil 4.13.'te örnek olarak verilmiştir.

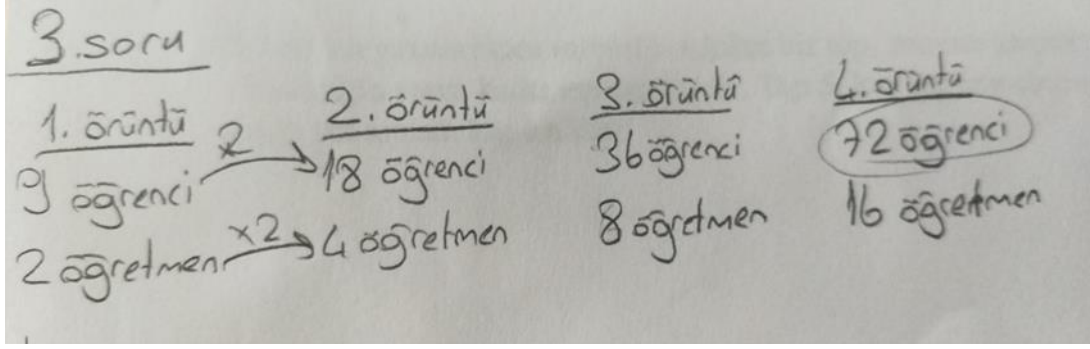


Şekil 4.13. Konser problemini şekil çizme yoluyla çözen ö2'nin cevabı

Şekil 4.13.'de görüldüğü gibi Ö2, şekil çizme yönteminde çöp adamlar çizerek problemde verilen öğrenci ve öğretmen sayılarını sırasıyla 9 ve 2 olarak belirtmiştir. Daha sonra ise 16 öğretmen için 2'nin 8 katı ilişkisini kurmuş ve öğrenci sayısını bulmak için de 16 ile 9'u çarpıp daha sonra 144'ü 2'ye bölmüştür. Ö2 kullandığı bu dördüncü yoldan da 72 sonucuna ulaşarak doğru bir çözüm yapmıştır.

Ö3 problemi ilk olarak orantı kurma yöntemi ile çözebileceğini söylemiştir. Kesir şeklinde öğrenci sayısı/öğretmen sayısı = $9/2$ yazmıştır. Daha sonra 2 öğretmen sayısının 8 katının 16 öğretmen olduğunu söyleyerek "x8" şeklinde belirtmiş ve öğrenci sayısı için de 8 katını alacağını söylemiştir. 9 öğrenciyi 8 ile çarparak 72 öğrenci olduğunu bulmuştur.

Ö3, ikinci yol olarak örüntü kurma yöntemini tercih etmiştir. Öğrenci ve öğretmen sayılarını her adımda 2 katına çıkararak dördüncü adıma kadar örüntüyü yazmıştır. 9 öğrenci ile başlayıp karşısına ok çıkararak ve üzerine x2 yazarak ikinci adımda 18 öğrenci olduğunu bulmuştur. Bu şekilde devam ederek üçüncü adımda 36 öğrenci ve dördüncü adımda da 72 öğrenci olduğunu bularak sonuca ulaşmıştır. Örüntüyü ilerletirken her adımda öğrenci ve öğretmen sayılarını aynı anda bulmuştur. Birinci adıma 2 öğretmen yazarak sürekli 2 ile çarpmış ve sırasıyla ikinci adımda 4, üçüncü adımda 8, dördüncü adımda 16 öğretmen bulmuştur. Yani dördüncü adımda 16 öğretmene 72 öğrenci düştüğü görülmektedir. Ö3 öğrencisinin konser problemini örüntü oluşturma yöntemini kullanarak yaptığı çözüm aşağıda Şekil 4.14.'te verilmiştir.



Şekil 4.14. Konser problemini örüntü oluşturma yöntemiyle çözen öğrenci cevabı

Şekil 4.14.'te görüldüğü gibi, Ö3 birinci adımdan başlayarak ve sayıları sürekli iki katına çıkararak, 9 öğrenci, 18 öğrenci, 36 öğrenci ve 72 öğrenci yazmıştır. Öğretmen sayısı için ise 2 öğretmenden başlayarak ve yine sürekli iki katına çıkararak 4 ,8 ve 16 öğretmen olduğunu yazmıştır. Daha sonra dördüncü adımda görüldüğü gibi 16 öğretmene 72 öğrenci denk gelmiştir. Ö3, örüntü kurarak doğru sonuca ulaşmıştır. Cevabı daire içine alarak göstermiştir.

Ö4 problemi okuduğunda bu problemi farklı yollardan çözebileceğini söylemiştir. İlk olarak orantı kurma yöntemini kullanmıştır. 9 öğrencinin karşısına 2 öğretmen yazarak, 2 öğretmenin altına da 16 öğretmen yazmıştır. Öğretmen sayıları arasında 8 katı ilişkisi bulunduğunu “8k” ifadesi ile göstermiştir. Bundan dolayı 9 öğrencinin de 8 katını alarak zihinden çarpma işlemi ile $9 \times 8 = 72$ öğrenci olduğunu söylemiştir. İkinci bir yol olarak Ö4, dört işlem yapma yöntemini kullanmıştır. Önce 16'yı 2'ye bölerek 8 olduğunu yazmıştır. Daha sonra 8 ile 9'u çarparak 72 olduğunu göstermiştir. Ö4'ün aklına gelen üçüncü yol ise örüntü oluşturma yöntemi olmuştur. Ö4 sayıları sırasıyla alt alta yazabileceğini, öğretmen ve öğrenci için ayrı örüntüler oluşturabileceğini ve böylece 16 öğretmene kaç öğrenci düşeceğini bulabileceğini açıklamıştır. 9 öğrenciden başlayarak alt alta 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63 ve 72 sayılarını 9'ar arttırarak öğrenciler için bu şekilde bir örüntü yazmıştır. Öğretmen sayıları için ise 2'den başlayarak ve her adımda ikişer arttırarak 4, 6 ,8, 10, 12, 14 ve 16 olarak yazmıştır. Örüntünün sekizinci adımında 72 sayısının karşısına 16 sayısı gelmiştir. Böylece Ö4, 16 öğretmene 72 öğrenci denk geldiğini söylemiştir. Ö4 konser probleminde bulduğu yöntemleri hızlı bir şekilde düşünerek bulmuştur. Her kullandığı yöntemde problemi doğru bir şekilde çözmüştür. Ö4 öğrencisinin örüntü kurma yöntemi ile yaptığı çözüm Şekil 4.15.'te örnek olarak sunulmuştur

9	2
18	4
27	6
36	8
45	10
54	12
63	14
72	16

Şekil 4.15. Konser problemini örüntü kurma yoluyla çözen ö4'ün cevabı

Şekil 4.15.'te görüldüğü gibi Ö4, 9 öğrenci sayısını alarak 9'ar 9'ar ritmik arttırmış ve sekizinci adıma kadar bu işlemi yapmıştır. Karşısında ise 2 öğretmen ile başlayarak ikişer ikişer ritmik arttırmış ve bu işlemi sekizinci adıma kadar devam ettirmiştir. Öğrenci ve öğretmen sayısının sekizinci adımda 72 öğrenci ve 16 öğretmen olduğu görülmektedir. Ö4 problemde verilen 16 öğretmene karşılık 72 öğrencinin denk geldiğini oluşturduğu örüntü sonucunda fark etmiştir ve doğru cevabı ulaşmıştır.

Ö5 öğrencisi ise konser probleminin çözümünde ilk olarak dört işlem yapma yöntemini kullanmıştır. Problemde 2 öğretmenin 9 öğrenci için görevli olduğu verildiğinden ve 16 öğretmen için kaç öğrenci olacağı sorulduğunda 16'yı 2'ye bölerek öğretmen sayısının kaç katına çıktığını bulmak istemiştir. $16/2 = 8$ işlemi yapmıştır ve devamında 8 ile 9'u çarparak 72 sonucunu elde etmiştir. İşlemi kısa bir şekilde yapan Ö5'ten farklı bir yol düşünmesi istenmiştir. Ö5 sayılar arasında ilişki kurabileceği bir yöntem kullanmıştır. Kutuların içine sırasıyla 9, 2, 72 ve 16 yazarak 2 ve 16'nın 8 katı olduğunu gördüğünü böylece 9'unda 8 katını alarak 72 sayısının sonuç olacağını belirtmiştir. Sonuç olarak Ö5 problemi iki farklı yoldan ve doğru bir şekilde çözmüştür.

Konser probleminde öğrencilerin yaptığı çözümler yaratıcılık aşamalarına göre incelendiğinde 5 öğrencinin de hazırlık aşamasını gerçekleştirdiği görülmüştür. Örneğin Ö1, problemi okuduktan sonra biraz düşünerek şekil çizip yanına 9 yazarak öğrenci sayısını temsil eden bir hazırlık yapmıştır. Ö2 ise orantıyı bir taslak olarak hazırlamış ve öğretmen sayılarını alt alta gelecek şekilde 2 öğretmen ve 16 öğretmen olarak, öğrenci sayısını da 9 öğrenciye x öğrenci diye yazarak çözümüne ön hazırlık yapmıştır. Ö3 ise öğrenci sayısı ve öğretmen sayısı ifadelerini oranlamış karşısına da $9/2$ kesrini yazarak çözümü için orantısını hazırlamıştır. Ö4 öğrencisi farklı olarak kullandığı örüntü

oluşturma yönteminde örüntünün adımı olan sayıları belirleyerek çözümü için bilgileri toparlamıştır. Ö4, 9 öğrenciden başlayarak 9'ar arttırdığında 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63 ve 72 sayılarını elde etmiştir. Ayrıca öğretmen sayıları ile ilgili oluşturduğu örüntüde 2'den başlayarak 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16 şeklinde ikişer artarak ilerleyen ve 8. adımına kadar yazdığı bir örüntüyü hazırlamıştır. Ö5 problemi okuduktan sonra 4 işlem kullanarak pratik bir çözüm yapabileceğini söylemiştir. Hangi sayıları çarpacağını ve böleceğini söyleyerek problemin çözümü için işlemlerini hazırlamıştır. Ö5 çarpma ve bölme kullanacağını belirterek çözümü için kullanacağı işlemleri belirlemiştir. Hazırladığı bilgileri ise ölçütlere göre kullanmıştır.

Araştırmanın 3. problemi olan konser probleminde öğrencilerin tamamı en az 2 farklı çözüm yöntemi belirleyerek problemi farklı yollardan çözebilmişler ve tüm öğrenciler her kullandıkları çözüm yöntemi sonucunda doğru cevaba ulaşmışlardır. Tüm öğrenciler zihninde oluşan çözümleri yapabildikleri için kuluçka aşamasını başarılı bir şekilde tamamlamışlardır. Ö1 öğrencisi problemi okuduğunda öncelikle 4 işlem yapmak istemiş ve çözümü ona göre planlamıştır. Ama Ö1 önce 16 öğretmen olduğundan ve her 9 öğrenci için 2 öğretmen görevli olacağından 16'yı 2'ye bölerek 8 sayısını elde etmiştir. Daha sonra ise öğrenci sayısının da 8 katına çıkacağını belirtmiş ve $8 \times 9 = 72$ işlemiyle doğru sonuca ulaşmıştır. 2. yol olarak ise şekil çizmeyi tercih etmiş ve yine aynı sonuca ulaşmıştır. Çizdiği her şeklin yanına 9 yazarak ve bu şekli 8 defa tekrar ederek 8 tane 9 sayısını toplamış ve 72 sonucuna ulaşmıştır.

Ö2 öğrencisi orantı kurma, denklem çözme, birimini kullanma ve şekil çizme yöntemlerini kullanarak 4 farklı şekilde problemi çözmüştür. İlk olarak aklına orantı yolunun geldiğini söylemiş ve 9 öğrenciye iki öğretmen denk gelirse x öğrenciye 16 öğretmen denk gelir orantısıyla sonucu 72 olarak bulmuştur. İkinci yolda ise $16.9 = 2x$ yazarak 144'ü 2'ye bölmüş ve 72 sonucuna yine ulaşmıştır. 3. çözümünde biraz kararsız kalmış fakat yine de doğru sonuca ulaştığını gördüğünden bu çözüm yolunun da kullanılabilirliğini söylemiştir. Kararsız kalmasının nedeni bir öğretmene 4,5 öğrenci düşmesidir. 4,5 öğrenci olamayacağını anlamış fakat 16 öğretmen olduğu için 4,5'u 16 ile çarparak sonuçta bir tam sayı olan 72'yi bulduğu için bu çözümünde kabul edilebileceğini söylemiştir. Farklı bir yol daha olması istendiğinde Ö2 şekil çizme yöntemini de kullanarak yine doğru sonucu bulmuştur. İki çöp adam çizerek iki öğretmen ve 9 öğrenciyi temsil eden çöp adam çizerek önce 2 ile 8'i çarpmış ama 6 öğretmen bulmuş

daha sonra 16 sayısını 9 öğrenci ile çarpmış ve sonucu 2'ye bölerek 72 bulmuştur. Bu incelemelere göre Ö2 kuluçka aşamasını tam ve başarılı bir şekilde tamamlamıştır.

Ö3 öğrencisi 9 öğrenci için 2 öğretmen ve x öğrenci için 16 öğretmen şeklinde kesirlerle kurmuş olduğu orantısını çözmüş ve 72 öğrenci sonucuna ulaşmıştır. 2. yol olarak ise Ö3, örüntü oluşturmayı tercih etmiştir. Oluşturduğu örüntünün 4. adımında 16 öğretmene 72 öğrenci denk geldiğinden sonucu 72 olarak bulmuştur.

Ö4 öğrencisi 3 farklı çözüm gerçekleştirmiştir. 1. yolda orantı kurmuş, 2 öğretmenin 8 katı 16 öğretmen ise 9 öğrencinin 8 katı da 72 öğrencidir diyerek sonucu bulmuştur. 2. yolda 4 işlem yaparak 16'nın yarısı 8 ve $8 \times 9 = 72$ işlemiyle doğru cevaba ulaşmıştır. 3. yolda ise örüntü oluşturmuş öğrenci sayılarını 9'dan başlayarak 9'ar arttırmış ve 8. adımında 72'ye ulaşmış öğretmen sayılarını ise 2'den başlayarak ikişer arttırmış ve 8. adımda 16'ya ulaşmıştır, böylece 16 öğretmene 72 öğrenci denk geldiğini hesaplamıştır.

1. yol olarak Ö4 işlem yoluyla 16'yı 2'ye bölerek 8 bulup 8 ile 9 ile çarpıp 72'yi bulmuştur. İkinci yol olarak da kutuların içine bu sayıları yazarak sayılar arasında bir ilişki aramış ve 2 ile 16'nın 8 katı olduğunu görünce 9'unda 8 katını alarak 72 ile ilişkilendirmiştir. Diğer öğrencilere kıyasla kuluçka aşamasını daha yavaş bir şekilde tamamlamıştır.

Klinik görüşmeler incelendiğinde yaratıcılığın 3. aşaması olan aydınlanma aşamasında Ö2 Ö3 ve Ö4 öğrencilerinin aydınlanma aşamasını gerçekleştirdikleri görülmüştür. Ö1 ve Ö5 ise aydınlanma aşamasını tamamlayamamışlardır. Örneğin Ö2 3. çözüm yolunda 9 öğrencinin 2 öğretmen ile ilişkili olduğunu anladıktan sonra bir öğretmenin kaç öğrenci ile ilişkili olduğunu düşünmüştür. Daha sonra bir öğretmene 4,5 öğrenci düşüğünü görmüş ve burada biraz durup düşünmüştür. Daha sonra işlemin devamını düşündüğünde bu şekilde de sonuca ulaşabileceğini anlamış ve 16 ile 4,5'i çarparak 72 sonucuna ulaşmıştır. En başta çok mantıklı gelmese de bu şekilde de olabileceğini söyleyerek bu noktada bir aydınlanma yaşamıştır. Ö3 öğrencisi ise ilk çözümünü yaptıktan sonra 2. çözümü düşünürken bir örüntü fark etmiştir. 9 öğrencinin sürekli iki katına çıktığını görmüş ve 4. adımda 72 öğrenci cevabına ulaşmıştır. 2 öğretmen ile başlayarak her adımın altına denk gelecek şekilde öğretmen sayılarını da iki katına çıkararak 72 öğrencinin karşısında 16 öğretmen cevabı oluşmuştur. Problemden

örüntü fark etmesi aydınlanma aşamasını etkili bir şekilde gerçekleştirmesini sağlamıştır. Ö4 öğrencisi problem çözümünü orantı kurma ve dört işlem yolları ile yaptıktan sonra farklı bir yoldan daha yapması için biraz düşünmesi istendiğinde önce bulamayacağını söylemiş fakat sonra birden örüntü olabileceğini söylemiştir. Daha farklı bir örüntü kullanan Ö4 öğrencisi 9 öğrenciden başlayarak 9'ar arttırıp 8. adım da 72 sayısına ulaşmıştır. Karşısına da iki öğretmenden başlayarak ve her adımda ikişer arttırarak 8. adımda 16 öğretmen sayısına ulaşmıştır. Önce yeni bir yol bulamadığını düşünüp sonra birden örüntü keşfetmesi aydınlanma aşamasına ulaştığını göstermektedir. Ö1 ve Ö5 öğrencileri ise mevcut bilgileriyle problem çözümünü yapmışlar aniden veya yeni bir şey fark etmemişler yani aydınlanma aşamasını gerçekleştirememişlerdir.

Son aşama olan doğrulama aşamasını ise Ö2 ve Ö3 öğrencileri tamamlarken Ö1, Ö4 ve Ö5 öğrencileri tamamlayamamışlardır. Örneğin Ö2 öğrencisi konser probleminin çözümünün ilk yolunda orantı kurmuş işlemlerini yapmış ve sonucu bulduktan sonra geriye dönerek çözümü bir kez daha kontrol etmiştir. Böylece Ö2 öğrencisinin doğrulama aşamasını tamamladığı görülmüştür. Ö3 öğrencisi ise 2. yol olan örüntü kurma yönteminde örüntüsünü kurup doğru cevaba ulaştıktan sonra geriye dönerek öğrenci öğretmen arasındaki ilişkiyi bir kez daha kontrol etmiştir ve böylece çözümünü doğrulamıştır. Ö4 öğrencisi problemi 3 farklı yoldan çözebilmiş her adımda işlemlerini tek seferde yapmış fakat geriye dönük bir doğrulama işlemi yapmaya ihtiyaç duymamıştır. Ö1 ve Ö5 öğrencileri ise çözümleri için gerekli işlemleri yapmış sonuca ulaşmış fakat doğru yapıp yapmadıklarını kontrol etmemişlerdir.

Yapılan derinlemesine incelemeler sonucunda konser problemini çözen 5 öğrencinin bu problem açısından matematiksel yaratıcılıklarını değerlendirmek istersek öğrencilerin genel anlamda yaratıcılıklarını sergileyebildiklerini söyleyebiliriz. 5 öğrenci de problemi en az 2 yoldan çözerek farklı yollar kullanabilmişler ve yaratıcı düşünmeye çalışmışlardır. Ancak diğer öğrencilere kıyasla Ö2 öğrencisinin 4 farklı yol kullanması ve tüm aşamaları doğru ve güçlü bir şekilde tamamlamasıyla matematiksel yaratıcılık açısından diğer öğrencilerden daha iyi olduğu görülmüştür.

Öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerden konser problemine örnek olarak Ö4'ün problemi çözme süreci diyalog şeklinde aşağıda verilmiştir.

A:2. soruyu bitirdiysen 3 soruya geçebiliriz.

Ö4:(Problemi Okur ve hızlıca çözüme geçer.) Verilenleri not ederek orantı kurmaya başlar.

A: Burada ne yaptığını biraz açıklar mısın?

Ö4: 9 öğrenciye 2 öğretmen bakıyormuş. 16 öğretmen de 2 öğretmenin 8 katı olur, o halde iki taraftan da 8 katını almamız gerekir .9 öğrencinin de 8 katı 72 öğrenci eder.

A: Evet doğru ilk yolunda oran orantı kullanmayı tercih ettin, peki ikinci bir yol geliyor mu aklına, başka nasıl çözerdin bu soruyu?

Ö4: Şöyle, işlemle yapabiliyordum. $16/2 = 8$. 8 ile 9 ile çarpardım eşittir 72.

A: Evet burada da işlemsel bir yol tercih ettin, peki diyelim ki bu iki yolu anlamayan birisine daha farklı bu problemi nasıl anlatırdın aklına bir yol geliyor mu?

Ö4: Hmmm.. (Biraz düşünür.) Şöyle olabilir aslında. 9 ve 2 sayılarını yazıp eşit eşit arttırırız öğrencileri 9 ar öğretmenleri ikişer. 9'a 2, 18'e 4 ,27 olduğunda 6 ,36'da 8, 45 de 10 ,54'ü 12 ,63 14 ve 72 öğrenciye 16 öğretmen düşer.

A: Teşekkürler bu soruda 3 farklı yol bulabildin, soruyu güzel bir şekilde çözdün.

Hazırlık aşamasında Ö4 problemi hızlıca okuduktan sonra çok fazla düşünmeden çözümü için ölçütler yazmaya başlamıştır. Probleme verilen konsere gidecek 2 öğretmene karşılık 9 öğrenci olduğu bilgisini yan yana yazarak orantı kurmaya başlamıştır ve 16 öğretmene karşılık kaç öğrenci olacağını düşünmüştür. Böylece Ö4'ün problem çözümü için verilen bilgileri düzenleyerek hazırlık yaptığı görülmüştür.

Kuluçka aşamasında Ö4 hazırlamış olduğu orantının aynı bileşenleri arasında kat kat olduğunu incelemiştir iki öğretmen ve 16 öğretmen arasındaki ilişkinin 8 kat olduğunu belirlemiş ve daha sonra diğer taraftan da 8 katı olacağından 9'da 8 ile çarpıp 72 öğrenci sonucuna ulaşmıştır. Çözümünde gerekli işlemleri doğru yapan ve ilişkileri doğru bir şekilde kurarak doğru sonuca ulaşan Ö4'ün kuluçka aşamasını da tamamladığı görülmektedir. Kullandığı 3. yol da ise Ö4 örüntü oluşturabilmek için 9 ve 2 sayılarının artış miktarlarını yazmış ve 16 öğretmen bulunan 8. adımın karşısına denk gelen 72 öğrenciyi cevap olarak belirlemiştir.

Aydınlanma aşaması Ö4 öğrencisi için konser problemini iki yoldan çözdükten sonra 3. yolu düşünürken gerçekleşmiştir. 3. yol için çözüm düşünürken 9 öğrenci ve 2 öğretmen için örüntü oluşturabileceğini fark eden Ö4 zihninde birden canlanan bu bilgiyi kullanarak problemi bir yoldan daha çözebilmiştir. Eşit sayıda arttırmalar yaparak ilerleyen Ö4, 9 öğrenciden başlayarak 9'ar 9'ar arttırıp sayıları yazmış ve 8. adımda 72 sayısına ulaşmıştır. Karşısında ise iki öğretmenden başlayarak ikişer ikişer arttırmış ve

yine 8. adımda 16 öğretmene ulaşmıştır. Ö4, 16 öğretmenin 72 öğrenciye denk geldiğini gördüğünde yine doğru sonucu ulaşılarak aydınlanma aşamasını gerçekleştirmiştir.

Doğrulama aşaması, Ö4 konser problemini 3 farklı yöntemle çözmüş fakat hiçbir yönteminde çözümünü kontrol etme ihtiyacı duymamıştır. Çözümlerinin hepsinde doğru sonuca ulaşmış fakat hiçbir çözümün sonunda geriye dönerek çözümünü inceleyip irdelenmemiştir. Ö4 çözümlerini hızlı ve dikkatli bir şekilde yapmıştır fakat sağlama yapmayı düşünmemiştir. Ö4 ün kullandığı ölçütleri, bilgileri kontrol etmemesi, geriye dönüp işlemlerini tekrar etmemesi doğrulama aşamasını gerçekleştiremediğini göstermektedir.

4. 4. Öğrencilerin Kurabiye Problemine Ait Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

Öğrencilere, 4. problemde bir kavanozdaki kurabiyelerin önce yarısını daha sonra kalan kurabiyelerin 1/3'ünü, daha sonra yine kalan kurabiyelerin 1/4'ünün yenildiği verilmiştir. Ardından bir kişi gelerek kavanozdan bir tane kurabiye almış ve son olarak kavanozda 2 kurabiye kaldığına göre başlangıçta kavanozda kaç tane kurabiyenin olduğu sorulmuştur. Öğrencilerden problem çözümü için farklı yollar düşünmeleri ve çözüm yolları üretmeleri istenmiştir. Öğrencilerin 4. problem için yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı tablo 4.4.'te verilmiştir.

Tablo 4.4. Kurabiye probleminde her bir öğrencinin yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı

Öğrenci	Çözüm Çeşidi Sayısı
Ö1	0
Ö2	0
Ö3	0
Ö4	1
Ö5	0

Tablo 4.4.'te görüldüğü gibi kurabiye problemini sadece Ö4 öğrencisi bir yoldan çözebilmiştir. Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö5 problemi hiçbir yoldan çözememişlerdir. Ö4 problemin çözümünde geriye doğru çalışma yöntemini kullanarak doğru cevaba ulaşmıştır. Ö1 ise problemi okuduktan sonra biraz durup düşünmüş, çözüm yöntemi üretmeye çalışmış, bazı denemeler yapmış fakat işlemleri ilerletemediği için sorunun doğru cevabına ulaşamamıştır. Ö1 bazı işlem denemeleri yapmış, geriye doğru çalışma yöntemini kullanmak istemiş, fakat çözümünü yarıda bırakarak bu problemi çözemeyeceğini,

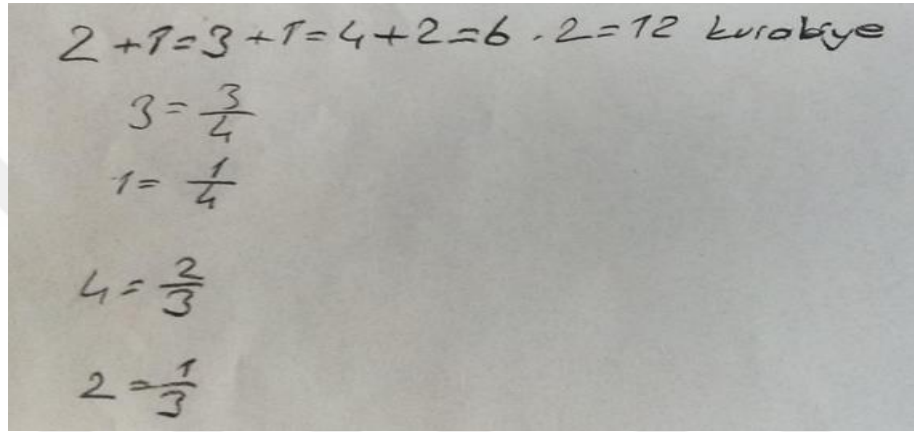
problemin ona zor geldiğini ve işlemlerin karmaşık olduğunu söylemiştir. Ö2 öğrencisi de kurabiye problemini çözebilmek için bazı denemeler yapmıştır. Önce bir kavanoz şekli çizmiş, içine kurabiyeler çizmiştir. Sonra problemde geçen isimleri yazarak altını çizmiştir. Problem çözme yöntemlerini düşünmüş, fakat hangi yöntemin bu problemin çözümüne uygun olduğuna karar verememiştir. Daha sonra bazı sayılarla denemeler yapmış fakat yine de doğru cevaba ulaşamamıştır. Örneğin, 50 sayısını denemek istemiş, en başta kurabiyelerin yarısı yenildiğinden 50 sayısını ikiye bölmüş ve 25 bulmuştur. Daha sonra kalan kurabiyelerin $\frac{1}{3}$ 'ü yenildiğinden, 25'i 3'e bölmeye çalışmış fakat bölünemediğini görünce işlemi yarıda bırakmıştır. Problemin zor olduğunu, çözüm yolu üretmediğini söylemiştir. Ö3 ise problemi okuduktan sonra çözüm yöntemi olarak kesirlerle işlem yapabileceğini söylemiştir ve geriye doğru çalışma yöntemini kullanmaya başlamıştır. Önce kavanozda kalan 2 kurabiye Tarık'ın yediği 1 kurabiye ile toplamış ve 3 bulmuştur. Daha sonra kalan kurabiyelerin $\frac{1}{4}$ 'ünü yiyen Selin için $\frac{1}{4} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{4}$ işlemi yapmıştır. Kalan kurabiyelerin $\frac{1}{3}$ 'ünü yiyen Arda için $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ işlemi yapmıştır. En başta kurabiyelerin yarısını yiyen Cem ve Mine için de $\frac{1}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{16}$ bulmuştur, sadeleştirerek $\frac{1}{8}$ işlemi yapmıştır. Sonuç olarak bir tam sayıya ulaşamadığından toplam kurabiye sayısını bulamadığını anlamış ve bu problemin çözümünü nasıl yapacağını bilemediğini söylemiştir. Problemin zor ve karışık geldiğini bu problemi atlamak istediğini söylemiştir.

Problemi doğru olarak çözen tek öğrenci olan Ö4 geriye doğru çalışma yaparak bu problemi çözebileceğini söylemiştir. Daha sonra kurabiye kavanozunda kalan 2 kurabiye ile Tarık'ın yediği bir kurabiye toplamış ve 3 kurabiye olduğunu bulmuştur. Tarık'tan önce kavanozda kalan kurabiyelerin $\frac{1}{4}$ 'ünü Selin yediği için geriye $\frac{3}{4}$ kalır ve bu da 3 kurabiyeye denk gelir demiştir. Ö4 burada bir kurabiyenin $\frac{1}{4}$ 'e denk geldiğini belirtmiştir. Devamında kavanozda kalan kurabiyelerin $\frac{1}{3}$ 'ünü Arda yediği için $\frac{2}{3}$ 'ünün kaldığını ve bunun da 4 kurabiye eşit olduğunu açıklamıştır. $\frac{1}{3}$ 'ünün de 2 kurabiyeye denk geldiğini yazmıştır. Son olarak Cem ve Mine en başta kurabiyelerin yarısını yediği için bulduğu sayıları topladıktan sonra 2 ile çarpmıştır. Ö4, $2+1=3+1=4+2=6$ kurabiye bulmuş ve bunların kurabiyelerin yarısı olduğunu söylemiştir. 6 ile 2'yi de çarparak toplam 12 kurabiye olduğunu bularak doğru cevaba ulaşmıştır. Ö4'e problemi farklı bir yoldan çözüp çözemeyeceği sorulduğunda, başka bir yol aklına gelmediğini söylemiştir.

Ö5 öğrencisi problemi okuduktan sonra şekil çizme yöntemini kullanarak problemi çözebileceğini söylemiştir. Bir kavanoz şekli çizerek önce ikiye bölmüş ve

yarısını boyamıştır. Daha sonra kalan kısmın 1/3'ünü belirleyip boyamış, devamında bundan kalan kısmın 1/4'ünü belirleyip boyamış ve daha sonra burada kalan 3 eşit bölümün kurabiyelerin yarısı olabileceğini söylemiştir. Kurabiyelerin yarısını yanlış bulan Ö5, daha sonra 3 ile 2'yi çarparak en başta kavanozda 6 kurabiye olduğunu bulmuştur. Ö5'in seçtiği yöntem problemin çözümüne en uygun olan yöntemdir fakat Ö5 problemin sonunda karışıklık yaşadığı için sonucu yanlış olarak bulmuştur.

Kurabiye problemini geriye doğru çalışma yöntemi ile çözen Ö4'ün cevabı örnek olarak Şekil 4.16.'da verilmiştir.



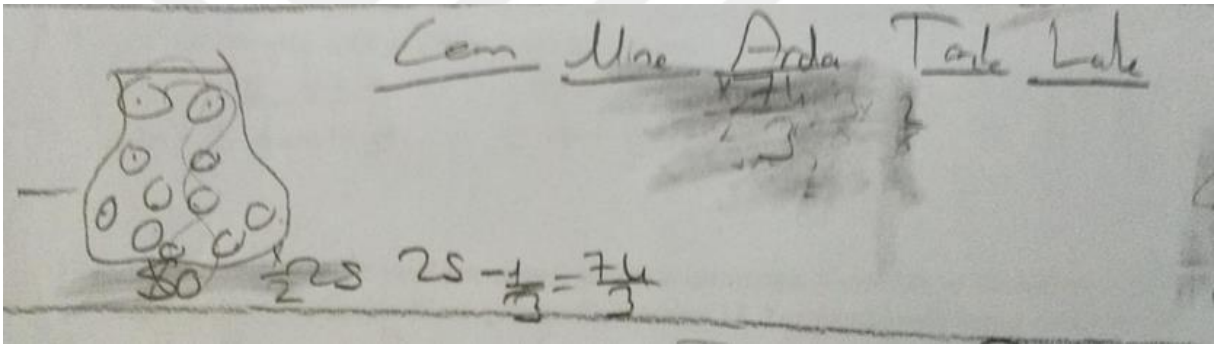
Handwritten mathematical solution for the cookie problem. The text reads: $2 + 1 = 3 + 1 = 4 + 2 = 6 \cdot 2 = 12$ kurabiye. Below this, there are four equations: $3 = \frac{3}{4}$, $1 = \frac{1}{4}$, $4 = \frac{2}{3}$, and $2 = \frac{1}{3}$.

Şekil 4.16. Kurabiye problemini geriye doğru çalışma yöntemiyle çözen Ö4'ün cevabı

Şekil 4.16.'da görüldüğü gibi Ö4 problemi çözmeye problemin en sonunda verilen kalan iki kurabiyeden başlamıştır. Bu kalan 2 kurabiyeyi Tarık'ın yemiş olduğu bir kurabiye ile toplayarak 3 kurabiyenin 3/4'e denk geldiğini söylemiştir. Buradan da bir kurabiyenin 1/4'e denk geldiğini yazmıştır. Daha sonra bu üç kurabiye ile bir kurabiyeyi toplayarak buradaki bütünü 4 kurabiye olarak elde etmiştir. Geriye doğru çalışmaya devam ettiğinde kalan kurabiyelerin 1/3'ünün yendiğinde geriye 2/3'ünün kaldığını ve bunun da 4 kurabiyeye denk geldiğini yazmıştır. Burada da iki kurabiyenin 1/3'e denk geldiğini belirtmiştir. Buradaki 4 ve 2 kurabiyeyi topladığında da en başta kurabiyelerin yarısı yenildikten sonra geriye kalan yarısının 6 olduğunu söylemiştir. Kurabiyelerin yarısının 6 tane olduğunu bulan Ö4 6'yı 2 ile çarparak toplam 12 kurabiye olduğunu bulmuştur. Böylece Ö4 doğru cevaba ulaşan tek öğrenci olmuştur.

Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö5 öğrencileri kurabiye problemini okuduktan sonra bir süre düşünmüşler ve kullanmak istedikleri çözüm yöntemi ile ilgili verilenleri kullanarak çözümleri için bir taslak oluşturmuşlardır. Örneğin Ö1, geriye doğru çalışarak işlemler

yapmış fakat işlemini yarıda bırakarak problemin zor ve işlemlerinin karmaşık olduğunu belirtmiş problemi çözemeyeceğini söylemiştir. Ö5 ise şekil çizme yöntemini kullanmayı denemiş, doğru bir şekilde ilerlediği halde en sonunda kafası karışmış ve toplam kurabiye sayısının 6 olduğunu söylemiştir yani sonucu hatalı bulmuştur. Ö2 ise yine şekil çizerek ve problemde geçen isimleri yazıp altını çizerek problemi çözmek için bazı ölçütler belirlemiştir fakat hangi çözüm yöntemini kullanacağına karar verememiştir. Sayılarla deneme yanılma yöntemini kullanmış fakat bir sonuca ulaşamamıştır. Ö3 öğrencisi de geriye doğru çalışma yöntemini deneyen öğrencilerden birisidir. Ö3 en sonda kavanozda kalan 2 kurabiye ve yenilen bir kurabiye toplayarak 3 bulmuş daha sonra $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ kesirlerini kullanarak kesirlerle işlem yapmıştır. Fakat sonuçta $\frac{1}{8}$ kesrini elde etmiş ve bir tam sayı olması gereken kurabiye sayısına ulaşamamıştır. Ö3 problemin zor geldiğini ve başka bir yöntem bulamadığını söylemiştir. Problemi çözemeyen öğrencilerden Ö2'nin cevabı şekil 4.17.'de örnek olarak sunulmuştur.



Şekil 4.17. Kurabiye problemine çözüm yolu bulamayan ö2'nin cevabı

Şekil 4.17.'de görüldüğü gibi Ö2 önce bir kavanoz şekli çizerek içine kurabiyeleri yerleştirmiştir. Daha sonra problemde verilen Cem, Mine, Arda, Tarık, Lale isimlerini yazarak altlarını çizmiştir. Verilenleri belirleyen Ö2 daha sonra kurabiye problemine çözüm yöntemi düşünmeye başlamıştır. Denklem kurma yöntemini denemiş fakat uygun olmadığını düşünerek vazgeçmiş, işlemlerini silmiştir. Başka bir yol bulamayan Ö2 sayılarla deneme yanılma yapabileceğini söylemiştir. Örneğin 50 sayısını toplam kurabiye olarak kabul edip, daha sonra Cem ve Mine kurabiyelerin $\frac{1}{2}$ 'sini yediği için kalan kurabiye 25 kurabiye olarak belirlemiştir. Daha sonra Arda gelerek kalan kurabiyelerin $\frac{1}{3}$ 'ünü yediğinden 25 sayısından $\frac{1}{3}$ kesrini çıkarmayı düşünerek cevabı $\frac{74}{3}$ bulmuştur. Burada da Ö2 çıkarma işlemi yaptığı için yanlış ilerlemiştir. Çözümün devamını yapamayacağını açıklayarak bu problemi çözemeyeceğini, başka bir yolun da aklına gelmediğini söylemiştir.

Kurabiye problemine öğrencilerin yaptığı çözümler incelendiğinde beş öğrencinin de hazırlık aşaması için birtakım ölçütleri sağladığı görülmüştür. Öğrencilerin tamamı problemi okuduktan sonra belli bir süre düşünmüşlerdir. Daha sonra verilenleri kullanarak, şekil çizerek bazı ölçütleri açıklayarak probleme çözüm yöntemi bulmaya çalışmışlardır. Ö1 öğrencisi, problemin sonunda verilen kavanozda kalan 2 kurabiye ve yenilen bir kurabiyeyi toplayarak 3 sayısını bir kenara yazmıştır. Bir daire şekli çizerek ikiye bölüp kurabiyelerin yarısını temsil eden bir şekil oluşturmuştur. Ö2 öğrencisi ise bir kavanoz şekli çizerek içine de yuvarlak kurabiyeler yapmıştır. Problemden geçen Cem, Mine, Arda Tarık, Lale gibi isimleri yazarak hazırlamış ve problem için çözüm yöntemi düşünmeye başlamıştır. Ö3 öğrencisi de Ö2 öğrencisine benzer olarak problemde geçen Tarık, Lale, Selin Arda, Cem ve Mine isimlerini yazarak altlarını çizmiş ve her birinin verdiği kurabiye miktarını yazmaya çalışmıştır. Ö4 öğrencisi farklı olarak zihninde oluşturmuş olduğu bir kesir modeline göre sayıların hangi kesre denk geldiğini alt alta yazarak not etmiştir. Ö5 öğrencisi de bir kavanoz şeklini kesirlerle modellemiş, problemde verilen $\frac{1}{2}$, kalanın $\frac{1}{3}$ 'ü daha sonra kalanın $\frac{1}{4}$ 'ü kesirlerini bu şekiller üzerinde modelleyerek çözümüne hazırlık yapmıştır. Kurabiye probleminde tüm öğrencilerin hazırlık aşamasını tamamladığı görülmüştür.

Araştırmanın 4. problemi olan kurabiye problemini okuyan öğrencilerin tamamı belli bir süre düşünerek çözüm yöntemi bulmaya çalışmışlardır. Ö4 öğrencisi kuluçka aşamasını tamamlamış fakat diğer öğrenciler kuluçka aşamasını gerçekleştirememişlerdir. Örneğin Ö1, verilenleri düzenledikten sonra en son kavanozda kalan 2 kurabiyeden başlayarak geriye doğru çalışma yöntemini denemiş fakat başarılı olamamıştır. Ö2 ise şekil çizme yöntemini denemiş fakat nasıl ilerleyeceğini anlayamamıştır. Ö3 öğrencisi de geriye doğru çalışma yöntemini denemiş problemde verilen 2 ve 1 kurabiyeyi önce toplamış 3 kurabiye yazmıştır. Daha sonra sondan başa doğru $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ kesirlerini işlemlerde kullanarak kesirlerle çarpma işlemleri yapmıştır. Bir noktadan sonra tıkanan Ö3 çözüme devam edemeyeceğini ve kafasının karıştığını söylemiştir. Ö5, kavanoz şekli üzerinde kesir modellemeleri yapmış, şekil çizme yöntemi ile ilerlemiş fakat en sona geldiğinde bir karışıklık yaşayarak sonucu yanlış hesaplamıştır. Dolayısıyla Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö5 öğrencileri kuluçka aşamasını tamamlayamamışlardır. Kurabiye problemine uygun çözüm yöntemi bularak doğru cevaba ulaşan ve böylece kuluçka aşamasını tamamlayan tek öğrenci Ö4 olmuştur. Ö4 geriye doğru çalışma yöntemini kullanarak en sonda verilen 2 ve 1 kurabiyeyi toplayarak 3 kurabiye bulmuştur.

Problemde verilen kesirler ile kalan kesir ifadelerini doğru bir şekilde ilişkilendirerek, hangi kesre hangi sayının denk geldiğini doğru bir şekilde belirlemiştir. Sonra başa doğru ilerlediğinde en başta kurabiyelerin yarısının yenildiği söylendiğinden kalan yarısını 6 kurabiye olarak bulan Ö4, 6'yı da 2 ile çarparak kavanozda 12 kurabiye olduğunu bulmuştur.

Kurabiye problemini çözmeye çalışan 5 öğrenciden Ö4 haricinde hiçbirisi aydınlanma aşamasını gerçekleştirememiştir. Özellikle problemin cevabını bulamayan Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö5 öğrencileri problemin zor geldiğini, işlemlerin karmaşık olduğunu ve bu problemi çözemeyeceklerini belirtmişlerdir. Kurabiye problemini doğru bir çözüm yöntemi ile sonuca ulaştıran Ö4 ise problemi okuduktan sonra zihninde verilen kesirlerle ilgili bir modelleme canlandığını belirtmiştir. Bu noktada aydınlanma aşamasını gerçekleştiren Ö4 modellemeleri kullanarak kesirlere karşılık gelen kurabiye sayılarını doğru bir şekilde hesaplamış ve 12 kurabiye olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Klinik görüşmelerde yapılan çözümlerin incelenmesi sonucunda kurabiye problemi ile ilgili hiçbir öğrencinin doğrulama aşamasını gerçekleştiremediği görülmüştür. Ö1, Ö2, Ö3 ve Ö5 problemi çözemediği için doğrulama aşamasına adım atamamışlardır. Ö4 öğrencisi ise problemi doğru bir şekilde çözmüş fakat çözümünü kontrol etmemiş, incelememiş, geriye dönük bir sağlama yapmamıştır.

Kurabiye probleminde öğrenci çözümlerinin ayrıntılı incelenmesi sonucunda beş 7. sınıf öğrencisinin bu problemi çözerken matematiksel yaratıcılıklarını sergileyemedikleri görülmüştür. Ö4 öğrencisi problemi bir yoldan çözebilmiş fakat başka yol bulamadığını söylemiştir. Diğer öğrenciler ise problemi zor bulmuşlardır ve çözüm yöntemi üretememişlerdir. Fakat karşılaştıracak olursak, Ö4 öğrencisinin diğer öğrencilerden daha yaratıcı olduğu söylenilebilir.

4. 5. Trafik Lambası Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

7. sınıf öğrencilerine verilen son problemde “Bir trafik lambası önce yeşilden sarıya, sonra da kırmızıya dönmekte ve bu şekilde sürekli yanmaya devam etmektedir. Buna göre trafik lambası 13. kez yandığında hangi renk görülür?” problemi verilmiştir. Öğrencilerden problem çözümü için farklı yollar düşünmeleri istenmiştir. Öğrencilerin 5. problem için yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı Tablo 4.5.'te verilmiştir.

Tablo 4.5. Trafik lambası problemine her bir öğrencinin yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı

Öğrenci	Çözüm Çeşidi Sayısı
Ö1	2
Ö2	1
Ö3	2
Ö4	3
Ö5	1

Tablo 4.5. incelendiğinde Ö2 ve Ö5 öğrencilerinin problemi sadece bir yoldan çözebildikleri, Ö3 ve Ö1 öğrencilerinin ise probleme iki farklı çözüm yolu ürettikleri, Ö4 öğrencisinin ise trafik lambası problemini 3 farklı yoldan çözebildiği görülmektedir.

Öğrenciler trafik lambası probleminin çözümünde geleneksel yol olarak en çok örüntü kurma yöntemini kullanmışlardır. Örneğin Ö2 ve Ö5 örüntü oluşturma yöntemi ile problemi sadece bir yoldan çözebilmişlerdir. Ö1 öğrencisi şekil çizme ve örüntü kurma yöntemlerini kullanarak soruyu 2 yoldan çözebilmiştir. Ö3 öğrencisi ise örüntü oluşturma ve şekil çizme yöntemlerini kullanmıştır. Ö4 öğrencisi problemi 3 farklı yöntemle çözerek trafik lambası problemine en çok yol bulan öğrenci olmuştur. Ö4 bölme işlemi yaparak kalanı yorumlama, sayılarla ve şekillerle örüntü kurma ve 4 işlem yapma yöntemlerini kullanmıştır. Trafik lambası problemini tüm öğrenciler kullandıkları her yoldan doğru bir şekilde çözmüşlerdir.

Trafik lambası probleminde en çok tercih edilen yöntem olan örüntü kurma yöntemine ait bir öğrencinin cevabı örnek olarak şekil 4.18.'de sunulmuştur.

1.	2.	3.	4.	5.
Yeşil	Yeşil	Yeşil	Yeşil	Yeşil
1	4	7	10	13

Şekil 4.18. Trafik lambası problemini örüntü kurma yoluyla çözen öğrenci cevabı

Şekil 4.18.'de görüldüğü gibi Ö3 öğrencisi problemde verilenlere göre trafik lambasının ilk olarak yeşil yandığını yazmıştır. Yeşil yandıktan sonra sırayla sarı ve kırmızıya dönen trafik lambasının her 3 artırıldığında tekrar yeşile döndüğünü 3'er 3'er

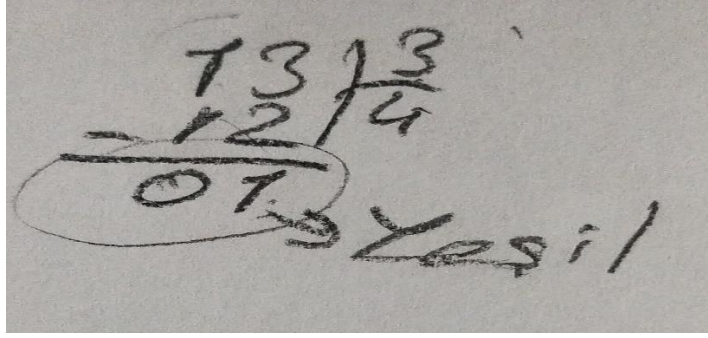
arttırarak oluşturduğu örüntü üzerinde göstermiştir. Ö3 1'den başlayan örüntüsünü üçer üçer arttırarak 1, 4, 7,10 ve 13 sayılarını elde etmiş böylece 13. kez yandığında trafik lambasının yeşil renk görüldüğünü bulmuştur. Bu çözüm yöntemi Ö3 öğrencisinin 2. yolu olarak kullandığı örüntü oluşturma yöntemidir.

Ö1 öğrencisi trafik lambası probleminde 1. yol olarak şekillerle çalışmış, üçer üçer çizdiği şekil gruplarının yanına sırasıyla Y, S ve K harflerini yazarak trafik lambalarının rengini belirtmiştir. Bu şekilde devam ederek 13. şeklin yeşile denk geldiğini göstermiştir. 2. yol olarak Ö1, bir sayı örüntüsü oluşturarak yeşil için 1, sarı için 2, kırmızı için 3 sayısını kullanmıştır. 13. adım 1 sayısına denk geldiği için trafik lambasının yeşil renk görüldüğünü bulmuştur.

Ö2, problemi sadece bir yoldan çözmüş ve Y, S, K harflerini kullanarak bir örüntü oluşturmuş ve örüntü de bu harfleri üçerli olarak gruplamıştır. 13. sırada ise tekrar başa dönen trafik lambasının yeşil yanacağını söylemiştir. Ö2 başka bir çözüm yolu bulamadığını belirtmiştir.

Ö3 öğrencisi 1. yol olarak şekil çizme yöntemini kullanmış ve 1'den 13'e kadar sayıları yazarak altını çizmiştir. Bu şekillerin altına ise yeşil, sarı, kırmızı renkleri sırasıyla yazarak 13. adımda yeşil renk bulunduğu sonucuna ulaşmıştır. 2. yol olarak ise örüntü kurma yöntemini kullanan Ö3, 1. adımda yeşil renk görüldüğünden, birden başlayarak üçer üçer arttırdığı örüntüde, 1, 4, 7, 10 ve 13 adımlarını yazmıştır. Böylece 13. adımın da yeşil renge denk geldiğini bulmuştur.

Trafik lambası probleminde en fazla çözüm yolu üretebilen öğrenci Ö4 olmuştur. Ö4 1. yol olarak yeşil, sarı ve kırmızı renkleri gruplamış ve 3'ün katlarına bakarak 13 sayısının 3'ün katından 1 fazla olduğunu söylemiştir. Böylece 13. rengin yeşil renk olduğunu belirtmiştir. 2. yol olarak ise bölmede kalanı yorumlama yöntemini kullanarak diğer öğrencilerden farklı bir yol bulmuştur. Ö4, 13'ü 3'e bölerek kalanı 1 olarak bulmuş ve bu bir kalanının 1. sırada bulunan yeşil renge denk geldiğini yorumlamıştır. 3. yol olarak ise örüntü oluşturmuş, Y, S, K harflerinin üzerine 1'den 13'e kadar olan sayıları yazarak 13. sırada yeşil rengin görüldüğünü yazmıştır. Ö4'ün 2. yol olarak kullandığı bölmede kalanı yorumlama yöntemi şekil 4.19.'da gösterilmiştir.



Şekil 4.19. Trafik lambası probleminin çözümünü bölmede kalanı yorumlayarak bulan ö4'ün cevabı

Şekil 4.19. incelendiğinde Ö4'ün yeşil, sarı ve kırmızı renkleri üçerli bir grup olarak düşündüğünden 13 sayısını 3'e bölerek bölümü 4 ve kalanı 1 olarak bulduğu görülmektedir. Ö4 yeşil, sarı ve kırmızı üçlü grup olarak düşünüldüğünde en sondaki renk kırmızı olduğundan bölmede kalan bir sayısının yeşile denk geldiğini açıklamış ve yazmıştır. Ö4 bu yöntemi ile diğer öğrencilerin kullandığı yöntemlerden farklı bir yöntem üretmiştir.

Son olarak Ö5 öğrencisi trafik lambası problemini bir yoldan çözebilmiştir. Örüntü oluşturma yöntemini kullanan Ö5 her renk için oluşan örüntüyü ayrı ayrı yazarak açıklayıcı bir şekilde çözüme ulaşmıştır. Yeşil renk için 1, 4, 7, 10, 13 örüntüsünü yazmıştır. Sarı renk için 2, 5, 8, 11 örüntüsünü yazmıştır. Kırmızı renk için de 3, 6, 9, 12 örüntüsünü yazmıştır. Böylece 13. kez yanan rengin yeşil renk olduğunu söylemiştir. Ö5'in trafik lambası problemini çözüm yöntemi Şekil 4.20.'de verilmiştir.

⑨	⑤	③
1	2	3
4	5	6
7	8	9
10	11	12
⑬		

Şekil 4.20. Trafik lambasına ö5 öğrencisinin yaptığı çözüm

Şekil 4.20. incelendiğinde Ö5 öğrencisinin yeşil, sarı ve kırmızı renkler için oluşan örüntüleri yazdığı görülmektedir. Yeşil örüntüsü için oluşturduğu 1, 4,7, 10, 13 örüntüsünde 13. kez yanan rengin yeşil renk olduğu gösterilmiştir.

Trafik lambası probleminde öğrencilerin yaptığı çözümler yaratıcılık aşamalarına göre incelendiğinde 5 öğrencinin de hazırlık aşamasını gerçekleştirdiği görülmüştür. Örneğin Ö1, lambaları temsil eden daireler çizerek Y, S ve K harflerini sırasıyla yazmıştır. Şeklin devamını da yaparak çözüm için ön bilgileri toplamıştır. Ö2 ise y, s ve k harflerini sırayla yazarak bir örüntü hazırlamıştır. Ö3 1'den 13'e kadar sayıları yazarak altını çizmiş ve sırayla yeşil, sarı kırmızı yazarak bir şekil oluşturmuştur. 2. yoldan yaptığı çözümünde ise sayılarla bir örüntü oluşturmuştur. Ö4, soruyu okuduktan sonra biraz düşünerek Y, S, K harflerini yazmıştır. Örüntü oluşturduğu diğer yolda ise sayılar ve renkler arasında ilişki kurmuştur. Ö5 ise renklerin baş harflerini ayrı ayrı yazarak yuvarlak içine almış her birinin altına ayrı ayrı örüntüleri oluşturarak çözümüne hazırlık yapmıştır.

Kuluçka aşamasını da 5 öğrenci, trafik lambası problemine farklı çözüm yolları üreterek ve her zaman doğru cevaba ulaşarak tamamlamışlardır. Örneğin Ö1 üçerli gruplar oluşturarak hazırladığı şekil veya örüntüyü incelemiş,13. kez yanan rengin yeşil renk olduğunu bulmuştur. Ö2 de yeşil, sarı, kırmızı renklerinin baş harfleriyle oluşturduğu görüntüyü adım adım inceleyerek 13. sırada yeşil rengin olduğunu bulmuştur. Ö3 renklerin sayılarını ayrıntılı bir şekilde yazdıktan sonra 13. sırada yeşil olduğunu belirtmiştir veya örüntü kurarak renklerle sayıları ilişkilendirip doğru cevaba ulaşmıştır. Ö4 ise 3 farklı yoldan çözüm yapmış, kullandığı 2. yolda bölme işlemini kullanarak kalanın yeşil olduğunu belirtmiştir. Ö5, her renk için ayrı ayrı hazırladığı sayı örüntüsünde 13 sayısının yeşil renge denk geldiğini bularak doğru cevaba ulaşmıştır. Trafik lambası probleminde öğrenciler kuluçka aşamasını etkili ve doğru bir şekilde tamamlamışlardır. Diğer araştırma problemlerine göre öğrenciler trafik lambası probleminde hep doğru çözümler yapmışlar ve tüm öğrenciler doğru cevaba ulaşmışlardır.

Aydınlanma aşamasını gerçekleştiren öğrenciler Ö4 ve Ö5 öğrencileridir. Ö1, Ö2 ve Ö3 ise aydınlanma aşamasını gerçekleştiren bir davranış sergilememişlerdir. Ö4 öğrencisi problemi okuduğunda zihninde bölme işleminin canlandığını ve bu problemin bölme ile ilişkili olabileceğini fark etmiştir ve aydınlanma aşamasını gerçekleştirmiştir. Ö5 ise buna benzer bir problemi daha önce çözdüğünü bir şimşek çakması gibi

hatırlayarak bu problemler için örüntü kurma yönteminin uygun olduğunu fark etmiştir. Böylece aydınlanma gerçekleşmiştir.

Araştırmanın 5. probleminde doğrulama aşamasını tüm öğrenciler başarılı bir şekilde tamamlamışlardır. Öğrenciler trafik problemini diğer problemlerden biraz daha kolay bulmuş ve yaptıkları çözümleri geriye dönüp kontrol etmişler veya kullandıkları farklı yolları karşılaştırarak sonuçlarını doğrulamışlardır. Örneğin Ö1 hem şekil hem de sayılarla oluşturduğu örüntüde aynı noktada 13 sayısına ulaşınca çözümünden emin olduğunu söylemiştir. Ö2, kurduğu örüntüyü gruplayarak kontrol etmiş ve durup tekrar düşünerek en baştan örüntüsünü inceleyerek sağlama yaptığını göstermiştir. Ö3 ise kurduğu örüntüyü başa dönerek tek tek saymış çözümünü incelemiş ve irdelemiştir. Ö4 ise yeşil sarı ve kırmızı renklerin baş harflerini başa dönerek sayılarla ilişkilendirip çözümünü doğrulamıştır.

Trafik lambasına öğrencilerin yaptığı çözümler ayrıntılı bir şekilde incelendiğinde 5 öğrencinin de trafik lambası problemini kolay bulduğu, problemi tam olarak anladıkları, farklı yollardan doğru ve etkili çözümler yaptıkları ve her seferinde doğru cevaba ulaştıkları söylenilebilir. Öğrenciler trafik lambası probleminde matematiksel yaratıcılıklarını etkili bir şekilde sergileyebilmişlerdir. Bu problemde öğrenci çözümleri karşılaştırıldığında en yaratıcı öğrencinin Ö4 olduğu söylenilebilir. Ö4, diğer öğrencilerin düşünemediği bölmede kalanı yorumlama yönteminin probleme uygun olduğunu fark etmiştir. Öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerden trafik problemine örnek olarak Ö3'ün problem çözme süreci diyalog şeklinde aşağıda verilmiştir.

A: 5 soruyu nasıl çözebilirsin?

Ö3: (Problemi okur ve düşünür). Örüntü kurabiliriz burada. 1. yeşil, 3 artarak gidecek. 3 arttırdığımızda 4. yeşil olur, tekrar 3 arttırdığımızda 7, 10, 13 diye gider. 13' ün yeşile denk geldiğini görüyoruz.

Ö3 öğrencisi burada problemi okuduktan sonra düşünmüş, çözüm yöntemine karar vermiş ve bazı ölçütler belirleyerek hazırlık aşamasını tamamlamıştır. Hazırladığı bilgileri kullanarak 13. sıradaki rengi yeşil renk olduğunu bulmuş ve böylece doğru cevaba ulaşmıştır. Çözüm yöntemini belirleyerek doğru sonuca ulaşan Ö3 kuluçka aşamasını da tamamlamıştır.

A: Evet doğru, peki farklı bir yol geliyor mu aklına?

Ö3: Daha ayrıntılı yazabilirim şekil çizerek. 1. yeşil, 2. sarı, 3. kırmızı... (13. adıma kadar yazar) bu şekilde devam edersek 13. yeşile denk gelir.

A: Teşekkürler, iki yoldan da doğru çözdün soruyu.

Ö3: Evet bu soru biraz kolaydı.

Ö3, çözüm yöntemine karar verirken daha önce buna benzer çözdüğü bir problemi hatırlayarak aniden o yöntemi kullanacağını fark etmiştir bu noktada da aydınlanma aşamasını tamamladığı görülmüştür. Sorunun çözümünü farklı bir yoldan ve daha ayrıntılı inceleyerek doğrulama aşamasını da tamamlayan Ö3, matematiksel yaratıcılık açısından doğru ve etkili bir çözüm yaparak yaratıcılığını iyi bir şekilde sergilemiştir.

Çalışmanın devamında 8 sınıf düzeyindeki öğrencilerin çok çözümlü problemleri çözme süreçleri ile ilgili bulgulara yer verilecek ve çözümler yaratıcılık aşamalarına göre değerlendirilecektir.

8. sınıf düzeyindeki problemler içeriğine göre isimlendirilmiştir ve aşağıdaki şekildedir.

- 1- Şeker problemi
- 2- Kek problemi
- 3- Salyangoz problemi
- 4- Turnuva problemi
- 5- Kitap problemi

8. sınıf düzeyinde çalışmaya katılan öğrenciler, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö10 olarak isimlendirilmiştir.

4.6. Şeker Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

8. sınıf öğrencilerine ilk olarak “Bir sınıfta öğretmen, elindeki şekerlerden öğrencilerinin her birine 6’şar tane verirse 4 şeker artıyor. Eğer her birine 7’şer tane şeker verirse 10 şeker eksik kalıyor. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci vardır?” problemi verilmiştir. Öğrencilerden probleme farklı çözüm yolları üretmeleri istenmiştir. Öğrencilerin şeker problemi için yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı Tablo 4.6.’da verilmiştir.

Tablo 4.6. Şeker problemine her bir öğrencinin yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı

Öğrenci	Çözüm Çeşidi Sayısı
Ö6	1
Ö7	2
Ö8	1

Ö9	1
Ö10	1

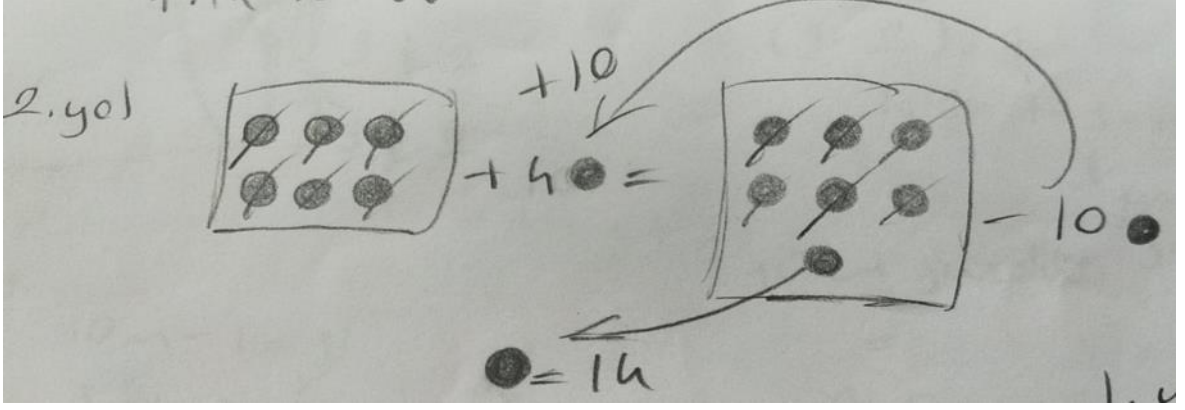
Tablo 6 incelendiğinde, Ö6, Ö8, Ö9 ve Ö10 öğrencilerinin problemi sadece bir yoldan ve Ö7 öğrencisinin ise problemi iki yoldan çözebildiği görülmektedir. Öğrenciler şeker probleminin çözümünde geleneksel bir yol olarak en çok denklem kurma yöntemini kullanmışlardır. Çözümler incelendiğinde tüm öğrencilerin aynı yöntemle ve aynı şekilde çözüm yaptığı görülmüştür. Farklı olarak Ö7 öğrencisi şekil kullanarak da problemi farklı bir şekilde çözmeye çalışmıştır. Şeker problemini tüm öğrenciler doğru bir şekilde çözmüşlerdir. Şeker probleminde en çok tercih edilen yöntem olan, denklem kurma yöntemini kullanarak problemi çözen bir öğrencinin cevabı örnek olarak Şekil 4.21.'de sunulmuştur.

Öğrenci Sayısı	Şeker Sayısı	Şeker Sayısı
x	6x + 4	7x - 10
	6x + 4 = 7x - 10	
	x = 14	

Şekil 4.21. Şeker problemini denklem kurma yöntemiyle çözen öğrenci cevabı

Şekil 4.21.'de görüldüğü gibi Ö6 öğrencisi problemi okuduktan sonra biraz düşünerek, öğrenci sayısına x demiştir. Daha sonra problemde 6'şar şeker verildiğinde 4 şekerin arttığı söylendiğinden şeker sayısını $6x + 4$ olarak ifade etmiştir. Diğer taraftan 7'şer şeker verildiğinde 10 şekerin eksik kaldığı söylendiğinden yine şeker sayısını, x kullanarak $7x - 10$ şeklinde ifade etmiş ve bu ifadeleri eşitleyerek denklemi kurmuştur. Daha sonra bilinenleri bir tarafa bilinmeyenleri bir tarafa göndererek ve bu kısımdaki işlemleri zihninden yaparak, $x = 14$ sonucuna ulaşmıştır. Farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde, Ö6 öğrencisi başka bir yolun aklına gelmediğini söylemiştir.

Ö7 öğrencisi de denklem kurma yöntemini 1. yol olarak kullanmış ve aynı şekilde $6x + 4 = 7x - 10$ eşitliğinden $x = 14$ bulmuştur. Ö7 öğrencisi, ayrıca k değişkenini de kullanarak $6k + 4 = 7k - 10$ denkleminden $k = 14$ bulmuştur. Bu işlemi tekrar neden yaptığı sorulduğunda, kontrol etmek istediğini söylemiştir. 2. yol olarak Ö7, şekil çizme yöntemini kullanarak soruyu farklı bir şekilde çözmeye çalışmıştır. Ö7 öğrencisinin şekil çizme yöntemini kullanarak yaptığı çözüm, örnek olarak Şekil 4.21.'de sunulmuştur.



Şekil 4.22. Şeker problemini şekil çizme yöntemiyle çözen ö7'nin cevabı

Şekil 4.22.'de görüldüğü gibi Ö7, değişken yerine daire şekli kullanarak eşitliğin bir tarafında dikdörtgenin içerisinde 6 daire kullanarak $6x$ 'i temsil etmiş, eşitliğin diğer tarafında dikdörtgen içerisinde 7 daire kullanarak $7x$ 'i temsil etmiştir. Buradan da bir daireye 14 sayısının denk geldiğini hesaplamıştır.

Ö8, Ö9, Ö10 öğrencileri de denklem kurma yöntemini kullanarak $6x + 4 = 7x - 10$ denklemi ile $x=14$ sonucunu bulmuşlardır. Bu 3 öğrencinin çözümü de benzer şekilde yazılmıştır. Örnek olarak şeker probleminin çözümü ile ilgili Ö8 öğrencisi ile klinik görüşmelerde yapılan diyalog aşağıda verilmiştir.

A: Çözümünü biraz açıklar mısın?

Ö8: Önce herkese 6 tane şeker veriyormuş ve de 4 şeker artıyormuş. Burada öğrenci sayısına x dedik yani bilinmeyen. Sonra başka bir yol deniyormuş, yani 7 şeker veriyormuş bu sefer de 10 şeker eksik kalıyormuş. O yüzden buraya da $7x - 10$ diyoruz. Sonra -10 'u karşıya gönderince $x=14$. Yani 14 öğrenci vardır.

A: Peki neden bu yolu tercih ettin?

Ö8: Çünkü bu tür problemlerde denklem kurma yöntemi çok pratik geliyor bana.

A: Farklı bir yoldan yapabilir misin bu problemi?

Ö8: Hayır, aklıma başka bir yol gelmiyor.

Ö8 öğrencisi burada öğrenci sayısına x diyerek, önce 6 şeker verilip 4 şeker arttığı için $6x + 4$ ifadesini oluşturmuştur. Daha sonra 7 şeker verildiğinde 10 şeker eksik kaldığı için $7x - 10$ ifadesini elde etmiştir. Bu ifadeleri eşitleyerek denklemi çözen Ö8, x 'i 14 olarak bulmuştur. Problemi doğru bir şekilde çözerek sonuca ulaşmıştır.

Şeker probleminde öğrencilerin yaptığı çözümler yaratıcılık aşamalarına göre incelendiğinde 5 öğrencinin de hazırlık aşamasını tamamladığı görülmüştür. Ö6, Ö8, Ö9 ve Ö10 öğrencileri problemi okuduktan sonra bir süre düşünerek öğrenci sayısına x

demeye karar vermişlerdir. Ö6, öğrenci sayısı yazıp altını çizerek x yazmış ve problemin çözümünü için verilenleri düzenleyerek hazırlık yapmıştır. Daha sonra kurduğu denklemde eşitliğin her iki tarafındaki $6x+4$ ve $7x-10$ ifadelerinin şeker sayısı olduğunu da üzerine yazarak belirtmiştir. Böylece Ö6 hazırlık aşamasını etkili bir şekilde tamamlamıştır. Ö8 öğrencisi ise problemde öğrenci sayısının x olacağını söylemiş ve problemi okurken bir yandan da denklemini kurarak hazırlık yapmıştır. Ö9 öğrencisi de önce şeker sayısı mı yoksa öğrenci sayısına mı x diyeceğini düşünmüş, daha sonra öğrenci sayısının x olacağına karar vermiş ve buna göre $6x+4=7x-10$ denklemini kurarak çözüm için ön bilgileri hazırlamıştır. Ö10 öğrencisi problemde verilenleri yuvarlak içine alarak ve altını çizerek denklem kurmada kullanacağı kısımları belirlemiştir. Daha sonra hazırladığı ölçütlere göre denklemini kurmuştur ve hazırlık aşamasını tamamlamıştır. Ö7 öğrencisi farklı olarak k değişkenini kullanmış ve parantez içinde 6'nın katı diye belirtmiştir. Ö7 öğrencisi $6k+4=7k-10$ denklemini kurmuştur. Ö7, problemi okuduktan sonra diğer öğrencilere göre daha uzun süre düşünmüştür. Problem çözümündeki 2. yolunda ise şekil çizerek, bir şekeri daire şekliyle göstererek, problemde verilen sayıları yazarak 2. yol için de bir ön hazırlık yapmış ve bilgilerini düzenlemiştir. Ö7'nin k değişkenini kullanarak yaptığı çözüm örnek olarak Şekil 4.23.'te sunulmuştur.

1. yol:

$$6k(6'nın\ katı) + 4 = 7k - 10$$

$$6k + 4 = 7k - 10$$

$$7k - 6 = 1k$$

$$1k = 10 + 4$$

$$k = 14$$

Şekil 4.23. Şeker problemini denklem kurma yöntemiyle çözen ö7'nin cevabı

Şekil 4.23.'te görüldüğü gibi Ö7, çoğunlukla tercih edilen x değişkeni yerine k değişkenini kullanmayı tercih etmiştir. Ayrıca parantez içinde de 6'nın katı diyerek açıklamış ve daha sonra problemde verilenlere göre denklemini kurmuştur. Ö7'nin bu şekilde hazırlık aşamasını tamamladığı görülmektedir.

Kuluçka aşamasında, 5 öğrenci de şeker problemini doğru bir yöntem kullanarak çözmüştür. Öğrencilerin tamamı denklem kurma yöntemini kullanmayı tercih etmişlerdir.

Sadece Ö7 öğrencisi şekil çizme yöntemini kullanarak farklı bir yoldan şeker problemini çözmeye çalışmıştır. Örnek olarak Ö10, problemde verilen öğrenci sayısına x demiş ve buna göre kurduğu denklemi çözmüştür. 6 şeker verildiğinde 4 şeker arttığından ve 7 şeker verildiğinde 10 şeker eksik kaldığından, $6x + 4 = 7x - 10$ denklemini kuran Ö10, işlem adımlarını çok ayrıntılı yapmadan doğru cevaba ulaşmıştır. Bilinenleri bir tarafa bilinmeyenleri bir tarafa göndererek bu adımları zihninden yapmıştır. $x=14$ cevabına ulaşmıştır. Ö10 soruyu doğru bir yöntemle ve doğru bir şekilde çözmüştür. Ö6 öğrencisi denklemini kurarken oluşturduğu ifadelerin yani $6x + 4$ ile $7x - 10$ 'un şeker sayısı olduğunu belirtmiştir. Şeker sayılarını eşitleyerek çözüm yapmayı düşünmüştür. Denklemin bir eşitlik olduğunu, bu eşitliği çözerek içerisindeki bilinmeyeni bulduğumuzda sonuca ulaşılacağını açıklamıştır. Sonuç olarak x 'i yani öğrenci sayısını 14 olarak bulmuş ve doğru cevaba ulaşmıştır. Ö7 öğrencisi hem x kullanarak hem de k kullanarak denklem kurmuştur. Örnek olarak k değişkenini kullandığı denklemde $6k$ 'yi parantez içinde 6 'nın katı olarak belirtmiş ve $6k + 4 = 7k - 10$ denklemini adım adım çözmüştür. Tüm adımları yazarak yapan Ö7 $7k - 6k$ 'nin $1k$ olduğunu eşitliğin diğer tarafına giden -10 'un 4 ile toplanarak 14 olduğunu açıklamıştır. $x=14$ sonucuna ulaşmıştır. Ö7'nin işlem adımları diğer öğrencilere göre daha ayrıntılıdır. Ö8 ve Ö9 da bu problem için geleneksel bir yöntem olan denklem kurma yöntemiyle problemi çözmüşlerdir. Denklem kurduktan sonra ok işaretleri ile bilinenlerin ve bilinmeyenlerin hangi tarafa gideceğini göstererek direkt $x = 14$ şeklinde sonucu yazmışlardır.

8. sınıf öğrencilerinin tamamı yaratıcılığın 3. aşaması olan aydınlanma aşamasını da başarılı bir şekilde gerçekleştirmişlerdir. Ö6 öğrencisi bu tip problemlerden daha önce de çözdüğünü belirtmiş ve denklemin nasıl kurulduğunu hemen zihninde canlandırmıştır. Ö7 öğrencisi de “Bu soru tipini biliyorum, daha önce de çözmüştüm!” diyerek geçmişteki bilgilerini hatırlamış ve aydınlanma aşamasını gerçekleştirmiştir. Ö8 öğrencisi de problemi okuduğunda denklemin hemen zihninde oluştuğunu söylemiştir. Ö9, problemi okuduğunda yöntemi hemen anladığını, daha önceki bilgilerini kullanacağını söylemiştir. Ö10 ise problemi önceki bilgileri ile ilişkilendirerek ve benzer problemleri düşünerek aydınlanma aşamasını tamamlamıştır.

Doğrulama aşamasını Ö7 ve Ö10 öğrencileri tamamlamıştır. Fakat Ö6, Ö8 ve Ö9 öğrencileri doğrulama aşamasını gerçekleştirememişlerdir. Ö7, şeker probleminin çözümünü bitirdikten sonra sağlama yaparak, kurduğu denklemde bulunduğu k sonucunu yerine yazmış ve sonuçların birbirine eşit olup olmadığını kontrol ederek doğrulama

aşamasını gerçekleştirmiştir. Ö7 öğrencisinin doğrulama aşamasını gerçekleştirdiğini gösteren sağlama işlemi Şekil 4.24.'te verilmiştir.

Sağlama:
 $6 \cdot 14 + 4 = 88$
 $7 \cdot 14 - 10 = 88$
Cevap=14

Şekil 4.24. Şeker problemine ö7 öğrencisinin doğrulama aşamasında yaptığı işlem

Şekil 4.24.'te görüldüğü gibi Ö7 bulduğu sonucu denklemde yerine yazarak sağlama yapmış, böylece doğrulama aşamasını tamamlamıştır.

Ö7, şeker sayılarının eşitliğinden ve kurduğu denklemden yararlanarak, bulduğu 14 sonucunu denklemdeki k yerine yazmıştır. Her iki eşitliğin sonucunu da 88 olarak bulan Ö7, çözümü doğru yaptığını emin olmuş ve böylece doğrulama aşaması tamamlanmıştır. Ö10 ise $x=14$ bulduktan sonra “Dört işlem yaparak bir kontrol edelim sonucu.” demiştir ve 6 ile 14’ü çarpıp 84 bulmuş, sonra da $84 + 4 = 88$ olarak şeker sayısını belirlemiştir. Eşitliğin diğer tarafındaki $7x-10$ denklemini için de x yerine 14 yazarak çarpımı 98 bulmuş ve 10 çıkararak yine şeker sayısını 88 olarak hesaplamıştır. İki tarafın birbirine eşit olduğunu gören Ö10 işleminin sağlamasını yaparak bulduğu cevabı kontrol etmiştir. Ö7 ve Ö10 doğrulama aşamasını doğru ve etkili bir şekilde gerçekleştirmişlerdir. Ö10 öğrencisinin doğrulama aşamasında çözümünü kontrol etmek için yaptığı işlemler örnek olarak aşağıdaki Şekil 4.25.'te gösterilmiştir.

$6x + 4 = 7x - 10$
 $4 + 10 = x \Rightarrow x = 14$
 $\begin{array}{r} 14 \\ \times 6 \\ \hline 84 \end{array}$
 $\begin{array}{r} 14 \\ \times 7 \\ \hline 98 \end{array}$
 $84 + 4 = 88$

Şekil 4.25. Doğrulama aşamasını tamamlayan ö10 öğrencisinin yaptığı işlemler

Şekil 4.25.'de görüldüğü gibi Ö 10 çözümünü yapıp cevabı 14 bulduktan sonra yaptığı işlemin doğru olup olmadığını kontrol etmek istemiştir. Bunun için bulmuş olduğu

x değerini yerine koyarak 6 ile 14'ü çarpmış 84 bulmuş ve $84 + 4 = 88$ işlemini yapmıştır. Eşitliğin diğer tarafındaki denklemden ise 14'ü 7 ile çarpmış ve 10 çıkararak yine 88 bulmuştur. Her iki tarafın eşit çıktığını görünce çözümünü doğru yaptığını anlamıştır.

Ö6 öğrencisi ise denklemini kurup çözümünü yaptıktan sonra doğrulama ihtiyacı hissetmemiş, kontrol etmeye gerek duymamış başka bir yol bulamadığını söyleyip diğer soruya geçmiştir. Ö8 denklem kurma konusunda iyi olduğunu söyleyip, şeker problemine ait kurduğu denklemi çözüp sonucu $x = 14$ bulduktan sonra çözümünü inceleyip irdelememiş, geriye dönük bir sağlama yapmamıştır. Ö9 öğrencisi de şeker problemi ile ilgili kurduğu denklemi çözüp doğru sonuca ulaştıktan sonra bu çözümünü kontrol etmeden ikinci bir yol düşünmeye başlamıştır. Dolayısıyla Ö6, Ö8 ve Ö9 öğrencileri işlemlerini kontrol etme ihtiyacı duymadığından doğrulama aşamasını tamamlayamamışlardır.

Yapılan incelemeler sonucunda 8. sınıf öğrencilerinin şeker problemini geleneksel yöntem olan denklem kurma yöntemi ile çözdükleri görülmüştür. Öğrenciler matematiksel yaratıcılık açısından iyi bir performans sergileyememişlerdir. Problemin çözümüne farklı yollar üretmemişlerdir. Öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerden şeker problemine örnek olarak Ö9 öğrencisinin çözüm süreci diyalog şeklinde aşağıda verilmiştir.

A: Problemi okuyarak farklı yollardan çözmeye çalışır mısın?

Ö9: Tabii. (Problemi okurken bazı kısımların altını çizer, problemde verilen 6, 7, 10 gibi sayıları daire içine alır, biraz düşünür, denklemini yazmaya başlar.)

Burada Ö9 problemi okurken hazırlık yapmaya başlamıştır. Önemli kısımların altını çizmiş, denklem kurmak için kullanacağı sayıları daire içine alarak bilgileri toparlamıştır.

A: İlk olarak hangi yolu tercih ettin açıklar mısın?

Ö9: Denklem kurma. Çünkü denklem kurmak çok pratik, bana kolay geliyor. Bu tür problemler çıktığında denklem kurma olduğunu anlıyorum. (Denklemini $6x + 4 = 7x - 10$ şeklinde yazar, ok işaretleri ile bilinenleri ve bilinmeyenleri karşıya gönderir, altına da x eşittir 14 yazar.)

Ö9 çözüm yolunu seçerken bu tür problemleri daha önce de çözdüğünü söylemiştir. Geçmiş bilgilerini de kullanarak benzer problemlerle ilişkilendirmiş ve

zihninde denklem kurma yöntemi canlanmıştır. Aydınlanma aşaması bu noktada gerçekleşmiştir.

A: Çözümü biraz açıklar mısın?

Ö9: Burada öğrenciye x dersek, 6 şeker veriyormuş önce, o zaman $6x$ olur. 4 şeker de arttığı için artı 4. Sonra bir de 7 şeker veriyormuş, 10 şeker eksik kalıyormuş, bu taraf da $7x - 10$ olur. -10 'u karşıya gönderirim 14 yapar, x eşittir 14 olur yani.

Ö9, diyalogda bahsettiği gibi denklem kurma adımlarını kullanarak $6x + 4 = 7x - 10$ denklemini çözmüş ve -14 olarak bulmuştur. Çözümünü açıklarken işlem adımlarını da ayrıntılı olarak anlatmış ve kuluçka aşamasını etkili bir şekilde gerçekleştirmiştir.

A: Peki farklı bir yol geliyor mu aklına?

Ö9: Hayır, diğer soruya geçmek istiyorum.

Ö9 problemi çözdükten sonra geriye dönerek kontrol etme davranışını göstermemiştir. Sağlama yapmamış, cevabını doğru kabul ederek, çözümünü incelememiştir. Bu nedenle doğrulama aşamasını tamamlayamamıştır.

4.7. Kek Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

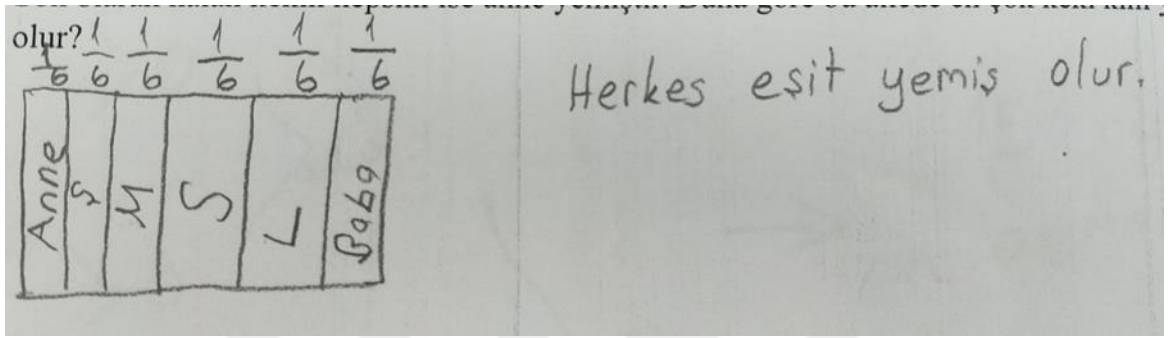
8. sınıf öğrencilerine 2. problem olarak, “Anne baba ve 4 çocuktan oluşan bir ailede annenin yaptığı Bir kekin $\frac{1}{6}$ 'sını Baba yemiştir. Daha sonra ailenin en büyük çocuğu olan Leman kalan kekin $\frac{1}{5}$ 'ini yemiştir. 2 çocuk Suzan ise kalan kekin $\frac{1}{4}$ 'ünü yemiştir. Akşam olduğunda 3 çocuk olan Murat gelmiş ve kalanın $\frac{1}{3}$ 'ünü yemiştir. Ardından en küçük çocuk şehnaz da kalan kekin $\frac{1}{2}$ 'sini yemiştir. Son olarak kalan kekin hepsini ise anne yemiştir. Buna göre bu ailede en çok keki kim yemiş olur?” problemi verilmiştir. Öğrencilerden problemi dikkatli bir şekilde okumaları ve farklı çözüm yolları bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin kek problemine yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı Tablo 4.7.'de verilmiştir.

Tablo 4.7. Öğrencilerin kek problemine yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı

Öğrenci	Çözüm Çeşidi Sayısı
Ö6	1
Ö7	2
Ö8	2
Ö9	3
Ö10	2

Tablo 4.7. incelendiğinde, Ö6 öğrencisinin kek problemini sadece bir yoldan çözdüğü görülmektedir. Ö7, Ö8 ve Ö10 öğrencileri ise kek problemini iki farklı yoldan

çözebilmişlerdir. Ö9 öğrencisi ise kek problemine 3 farklı çözüm yolu üreterek problemi en fazla yoldan çözen öğrenci olmuştur. Öğrenciler kek probleminin çözümünde en çok şekil çizme yöntemini tercih etmişlerdir. Örneğin Ö6 şekil çizme yöntemini kullanmıştır fakat daha farklı bir yol bulamamıştır. Ö7 ise şekil çizme ve deneme yanılma yöntemlerini kullanmıştır. Ö8 ise ilk olarak işlem yapma yöntemini, 2. yol olarak ise şekil çizme yöntemini kullanmıştır. Ö9 ise işlem yapma, şekil çizme ve deneme yanılma yöntemlerini kullanmıştır. Ö10 ise ilk olarak deneme yanılma, daha sonra da denklem kurma yöntemini kullanmıştır. Kek probleminde en çok tercih edilen yöntem olan şekil çizme yöntemini kullanarak problemi çözen bir öğrencinin cevabı örnek olarak şekil 4.26.'da sunulmuştur.



Şekil 4.26. Kek problemini şekil çizme yöntemiyle çözen öğrenci cevabı

Şekil 4.26.'da görüldüğü gibi Ö6 önce dikdörtgen şeklinde bir bütün çizerek şekli 6 eşit parçaya ayırmıştır. Problemden kekin $\frac{1}{6}$ 'sını baba yediği için şeklin bir bölümünü, babanın payı olarak göstermiştir. Daha sonra kalan kekin $\frac{1}{5}$ 'ini Leman yediği için ve geriye kalan parça sayısı 5 olduğu için buradan da bir parçayı Leman'ın yediğini göstermiştir. Suzan ise kalan kekin $\frac{1}{4}$ 'ünü yemiş ve kalan 4 dilimden birisini Suzan'ın yediğini göstermiştir. Problemin devamında kalanın $\frac{1}{3}$ 'ünü Murat yemiştir bu nedenle kalan 3 parçadan birinin de Murat'ın payı olduğunu göstermiştir. Yine kalan kekin $\frac{1}{2}$ 'sini Şehnaz yemiş, kalan 2 parçadan birisi de Şehnaz'ın payı olarak işaretlenmiştir. Ö6, geriye de bir dilim kek kaldığını görmüştür ve kalan kekin hepsini anne yediği için anne de bir dilim kek yemiştir. Problemden en çok keki kimin yediği sorulmuştur. Ö6 "Herkes eşit yemiş olur." diyerek çözümünde sorunun cevabını yazmıştır. Ö6 öğrencisi sadece bir yoldan çözüm yapabilmiş, kek problemi için başka bir yol bulamadığını söylemiştir.

Ö7 birinci yol olarak şekil çizme yöntemini kullanmış, bir daire şekli çizerek 6 eşit parçaya bölmüştür. Daha sonra problemde verilen kesirleri sırayla kullanarak ve "kalanın" ifadesine dikkat ederek herkese eşit dilim düştüğünü göstermiştir. 2. yol olan deneme -yanılma yönteminde ise Ö7, pastanın miktarını 60 gram olarak kullanmıştır.

Neden 60 sayısını seçtiği sorulduğunda ise en başta kekin $\frac{1}{6}$ 'sı yenildiği için 6'ya bölünebilen bir sayı seçmek istediğini söylemiştir. Daha sonra 60'ı 6'ya bölerek 10 bulmuş ve kalan keki bulmak için 60'tan 10'u çıkararak 50 bulmuştur. Kalan kekin $\frac{1}{5}$ 'i yenildiğinden 50'yi 5'e bölmüş ve yine 10 bulmuştur. Yine kalan kekin $\frac{1}{4}$ 'ü yenildiğinden 50'den 10'u çıkarmış 40 bulmuş, 40'ı 4'e bölmüş ve 10 bulmuştur. Yine kalan keki bulmak için 40'tan 10'u çıkarmış 30 bulmuş ve 30'un $\frac{1}{3}$ 'ünü 10 olarak hesaplamıştır. Tekrar kalan kekin $\frac{1}{2}$ 'sini 10 olarak bulmuştur. En son geriye kalan kek de 10 gram olmuş ve bu keki de anneye düşen dilim olarak belirlemiştir. Sonuç olarak dilimlerin eşit olduğunu yazmış ve “Hepsi eşit yemiştir.” diye yorum yapmıştır.

Ö8 öğrencisi ilk olarak kesirlerle işlem yapma yöntemini seçmiştir. Ö8, $\frac{6}{6}$ kesrinin bütün olarak almış $\frac{1}{6}$ 'sını babanın payı olarak yazmıştır. Daha sonra kalan keki $\frac{5}{6}$ olarak zihinden hesaplamış ve $\frac{5}{6}$ 'nın $\frac{1}{5}$ 'ini çarpma işlemi yaparak $\frac{1}{6}$ bulmuştur, bu da Leman'ın payıdır. Devamında $\frac{4}{6}$ 'nın $\frac{1}{4}$ 'ü yine $\frac{1}{6}$ 'dır ve Suzan'ın payıdır. Kalan kek $\frac{3}{6}$ olduğunda $\frac{1}{3}$ 'ünü Murat yemiştir. Murat'ın payı da $\frac{1}{6}$ 'dir. Kalan kekin yarısını Şehnaz yemiştir. $\frac{2}{6}$ 'nın yarısı $\frac{1}{6}$ 'dir. En son geriye $\frac{1}{6}$ kalmıştır bu keki de anne yemiştir. Problemin sonunda en çok keki kimin yediği sorulmaktadır. Ö9 çözümünü yaptıktan sonra yorumlamıştır. “Hepsi pastadan eşit bir biçimde yemiştir.” diye çözümünün yanına yazmıştır. 2. yol olarak şekil çizme yöntemini kullanan Ö8 bir daire şekli çizerek 6 eşit parçaya bölmüş ve sırasıyla herkese bir dilim olacak şekilde baba, Leman, Suzan, Murat, Şehnaz ve anne isimlerini yazmıştır.

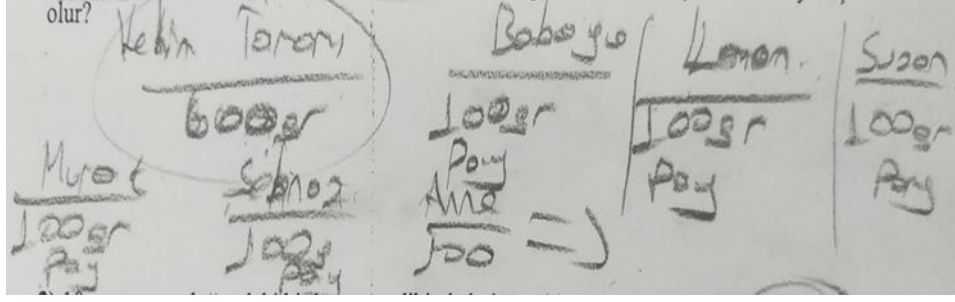
Ö9 da ilk olarak kesirlerle işlem yapma yolunu tercih etmiştir. Ö9, Ö8 ile aynı işlemleri yapmıştır. Her seferinde kalan keki $\frac{1}{6}$ ile çarparak sonucu $\frac{1}{6}$ bulmuştur ve baba, Leman, Suzan, Murat, Şehnaz ve anneye $\frac{1}{6}$ dilim kek düşmüştür. Çözümünün sonunda ise “hepsi eşit” diye yazarak problemin sonunda sorulan en çok keki kimin yemiş olduğu sorusunu cevaplamıştır. Ö9, 2. yönteminde deneme-yanılma yapmayı tercih etmiştir. Kek miktarını 600 gram olarak düşünmüştür. Daha sonra 6'ya bölerek babaya 100 gram, kalan 500 gramı 5'e bölerek Leman'a 100 gram, kalan 400 gramı 4'e bölerek Suzan'a 100 gram, kalan 300 gramı 3'e bölerek Murat'a 100 gram, kalan 200 gramı ikiye bölerek Şehnaz'a 100 gram ve en son geriye kalan 100 gramı da anneye yazmıştır. Hepsinin eşit olduğunu söylemiştir. 3. yol olarak da bir daire şekli çizerek 6 eşit parçaya bölmüş ve burada da herkese eşit dilim düştüğünü göstermiştir. Ö9'un kek probleminde işlem yapma yöntemini kullanarak yaptığı çözüm Şekil 4.27.'de örnek olarak sunulmuştur.

<u>baba</u>	<u>Leman</u>	<u>Suzan</u>	<u>Murat</u>	<u>Şehnaz</u>	<u>Anne</u>	
$\frac{1}{6}$	$\frac{3 \cdot 1}{6 \cdot 3}$	$\frac{4 \cdot 1}{6 \cdot 4}$	$\frac{2 \cdot 1}{6 \cdot 3}$	$\frac{2 \cdot 1}{6 \cdot 2}$	$\frac{5}{6}$	hepsi pastadan eşit bir biçimde yemiştir
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	

Şekil 4.27. Kek problemini işlem yapma yöntemiyle çözen Ö9'un cevabı

Şekil 4.27. incelendiğinde Ö8 ilk olarak babanın payını $\frac{1}{6}$ olarak yazmıştır. Kalan kekin $\frac{5}{6}$ olduğunu belirtmiş ve bunu da $\frac{1}{5}$ ile çarparak Leman'ın yediği payı da $\frac{1}{6}$ olarak bulmuştur. Daha Suzan'ın yediği payı kalan keki $\frac{1}{4}$ ile çarparak $\frac{1}{6}$ bulmuştur. Devamında Murat'ın yediği payı $\frac{3}{6}$ kesrinin $\frac{1}{3}$ ile çarparak $\frac{1}{6}$ bulmuştur. $\frac{2}{6}$ kaldığında bunun da $\frac{1}{2}$ 'sini Şehnaz yediğinden gerekli sadeleştirmelerle $\frac{1}{6}$ elde etmiştir. En son geriye kalan $\frac{1}{6}$ 'yı da anne yediği için annenin payı olarak yazmıştır. Sonuçta "Hepsi pastadan eşit bir biçimde yemiştir" diye en çok keki yiyen kişinin kim olduğuyla ilgili yorum yapmıştır.

Ö10 1. yol olarak deneme-yanılma yöntemi kullanmıştır. Kekin tamamını 600 gram olarak düşünmüştür. Daha sonra babaya 100 gram yazmış, kalan 500 gramın $\frac{1}{5}$ 'ini yine 100 gram olarak Leman'a yazmış kalan 400 gramın $\frac{1}{4}$ 'ünü 100 gram olarak Suzan'a yazmış ve bu şekilde devam ederek en son anneye de 100 gram kek kaldığını göstermiştir. Hepsinin eşit kek yediğini söylemiştir. Fakat çözümün sonunda bu söylediğini yazmamıştır. İkinci yol olarak da kekin tamamını $6x$ olarak düşünmüş ve cebirsel ifadelerle çalışmıştır. Burada da babaya, Leman'a, Suzan'a, Murat'a, Şehnaz'a ve anneye x dilim kek düşmüştür. Sonuç olarak herkesin eşit miktarda kek yediğini söylemiştir. Ö10'un cevabı örnek olarak aşağıda Şekil 4.28.'de sunulmuştur.



Şekil 4.28. Kek problemini deneme-yanılma yöntemiyle çözen ö10'un cevabı

Şekil 4.28. incelendiğinde Ö10, kekin tamamını 600 gram olarak kabul etmiştir. 6'ya bölünebildiği için 600 sayısını seçtiğini söylemiştir. Daha sonra $\frac{1}{6}$ 'sını yani 100 gramını babaya, kalan 500 gramın $\frac{1}{5}$ 'ini yani yine 100 gramı Leman'a, kalan 400 gramın $\frac{1}{4}$ 'ünü Suzan'a 100 gram olarak yazmıştır. Devamında kalan 300 gram kekin $\frac{1}{3}$ 'ü 100 gram olacağından Murat'ın payını da 100 gram olarak belirlemiştir. Yine 200 gram kek kaldığında Şenaz kekin yarısını yediğinden onun için de 100 gram pay yazmıştır. Son olarak kalan kekin hepsini anne yediğinden anneye de kalan keki 100 gram olarak yazmıştır. Herkesin eşit miktarda kek yediğini söylemiştir fakat bu yaptığı yorumu çözümünün devamında yazmamıştır.

Kek probleminde öğrencilerin yaptığı çözümler yaratıcılık aşamalarına göre incelendiğinde 5 öğrencinin de hazırlık aşamasını tamamladığı görülmüştür. Örneğin Ö6, problemi okuduktan sonra bir dikdörtgen çizerek şekli 6 eş parçaya ayırmıştır. Ö7 ise deneme yanılma yöntemi için 6'ya bölebileceği bir sayı düşünmüştür. Ö8 problemde verilen baba, Leman, Suzan, Murat, Şenaz ve anne isimlerinin altını çizerek çözümleri isimlerin altında ayrı ayrı yapmak için hazırlık yapmıştır. Ö9 ise problemi okurken önemli kısımların ve problemde verilen sayı ve kesirlerin altını çizmiştir. Ö9 çözümünde kullanacağı $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ ve $\frac{1}{2}$ kesirlerinin altını çizerek çözümü için ölçütler hazırlamıştır. Ö10 ise problemde geçen isimlerin altını çizmiştir ve "kalan kek" ifadesini daire içine almıştır. Ö10 problemde kullanacağı ön bilgileri problemi okurken işaretlemiştir.

Kek probleminin çözümünde yine tüm öğrenciler kuluçka aşamasını tamamlamışlardır. Genel olarak kek problemine birden fazla çözüm üretebilmişlerdir. Örneğin Ö8 kesirlerle işlem yaptığı 1. yolda $\frac{1}{6}$ kesrinden başlayarak sürekli kalan keki hesaplamış ve problemde verilen, kalan kekin $\frac{1}{5}$ 'i, $\frac{1}{4}$ 'ü, $\frac{1}{3}$ 'ü ve $\frac{1}{2}$ 'si ifadelerini kullanmıştır. Sonuç olarak herkese eşit kek düştüğünü söylemiş ve bu yorumunu yazarak problemi doğru bir şekilde çözmüştür. Ö7 ise kekin tamamını 60 gram kabul ederek

çözümüne başlamıştır. Önce 60'ı 6'ya bölerek 10 bulmuştur. Daha sonra 60'tan onu çıkarıp kalan keki 50 gram olarak bulmuştur. Bu şekilde devam ederek problemde verilen kesirleri kalan kekleri bulmak için kullanmış ve sonuç olarak hepsinin eşit miktarda kek yediğini söylemiştir. Ö7 bu çözümünü ikinci yolda yapmıştır. Problemi doğru bir şekilde çözmüştür.

Kek probleminde Ö6 ve Ö9 öğrencileri aydınlanma aşamasını gerçekleştirirken, Ö7, Ö8 ve Ö10 aydınlanma aşamasını tamamlayamamışlardır. Örneğin Ö6, problemi çözmek için çizdiği şekil üzerinde çalışırken baba için $\frac{1}{6}$ ve 6 dilim, Leman için $\frac{1}{5}$ ve 5 dilim, Suzan için $\frac{1}{4}$ ve 4 dilim, Murat için $\frac{1}{3}$ ve 3 dilim, Şehnaz için $\frac{1}{2}$ ve 2 dilim olduğunu ifade ederek burada bir orantı fark ettiğini söylemiştir. Ö6 zihninde canlanan ve aniden ortaya çıkan bir aydınlanma anı yaşamıştır. Ö9 ise deneme yanılma yönteminde kullanacağı sayıyı seçerken problemde verilen $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ gibi kesirlerin paydalarını dikkate alarak 600 sayısını seçmiştir. Yani Ö9, 600 sayısının 2, 3, 4, 5, 6 gibi birçok sayıya bölündüğünü söylemiştir. Bu bilgiyi daha önceden bildiğini ifade etmiş ve burada problem çözümünde geçmişteki bilgileri ile ilişkilendirerek 600 sayısını uygun bir şekilde kullanmıştır.

Doğrulama aşamasını Ö7, Ö9 ve Ö10 öğrencileri tamamlarken, Ö6 ve Ö8 öğrencileri tamamlayamamıştır. Ö7, çözümlerini yaptıktan sonra geriye dönüp düşünmüş ve çözümünü incelemiştir. Ayrıca ikinci yoldan soruyu çözdüğünde de aynı sonuca ulaştığında cevabın doğru olduğundan emin olduğunu söylemiştir. 1. yolda daire şekli çizerek herkese eşit miktarda kek düştüğünü bulan Ö7, ikinci yolda 60 gram olarak kabul ettiği kek miktarından, yaptığı işlemler sonucunda herkese 10 gram kek düştüğünü bulmuştur. Her iki durumda da herkesin eşit miktarda kek yediğini söylemiştir. Ö9 ise 1. yolda kesirlerle işlem yaptıktan sonra hepsinin eşit olduğu sonucuna varmıştır. Kekin tamamını $\frac{6}{6}$ olarak kabul etmiş herkese $\frac{1}{6}$ kek payının düştüğünü hesaplamıştır. Şekil çizerek sürekli geriye kalan parçaları kontrol ettiğinde herkese eşit miktar kek düştüğünü doğrulamıştır. Mesela baba bir dilim yedikten sonra geriye 5 parça kalmakta ve Leman da kalanın $\frac{1}{5}$ 'ini yiyeceğinden yine bir dilime denk gelmektedir. Şekil üzerinde çalıştıktan sonra Ö9 doğru cevabı bulduğuna emin olmuştur. Ö10 1. yolunda kekin tamamını 600 gram kabul etmiş ve herkese 100 gram kek düşmüştür. 2. yolunda ise kekin tamamını $6x$ kabul ederek geriye $5x$ kaldığında $\frac{1}{5}$ 'inin x olduğunu, geriye $4x$ kaldığında $\frac{1}{4}$ 'ünün x olduğunu ve bu şekilde devam ettiğinde herkese x miktar kek düştüğünü açıklamıştır. 2. yolunda da herkesin eşit miktarda kek yediğini gördükten sonra "Doğru

yapmışım” ifadesini kullanmıştır. Böylece doğrulama aşamasını tamamlamıştır. Ö8 ise problemi çözdükten sonra kontrol etmemiş ve incelememiştir. Ö6 da geriye dönüp çözümünü incelememiştir, başka bir yoldan da soruyu çözememiştir. Dolayısıyla sonucunu doğrulayacak bir ölçüt bulamamıştır.

Klinik görüşmelerde yapılan incelemeler sonucunda 8. sınıf öğrencilerinin kek problemini farklı yöntemler kullanarak çözdükleri görülmüştür. Öğrenciler kek probleminde matematiksel yaratıcılıklarını genel olarak sergileyebilmişlerdir. Geçmişteki bilgilerini düzenleyip kullanabilmişlerdir, problem çözümlerini hataya düşmeden doğru ve etkili bir şekilde gerçekleştirmişlerdir. Problemi en fazla yoldan çözebilen Ö9 öğrencisinin diğerlerine kıyasla daha yaratıcı düşündüğü söylenebilir. Örnek olarak Ö9 öğrencisiyle yapılan klinik görüşmeden elde edilen diyalog aşağıda verilmiştir.

A: Bu soru için farklı yol bulabilir misin?

Ö9: Evet aslında bu soruda aklıma birden fazla yol geldi. Mesela 600 sayısını kullanabilirim, çünkü 600 sayısı bu problemdeki 2, 3, 4, 5, 6 gibi sayıların hepsine bölünebilir. İsimleri yazarsam, baba 100 gram, geriye 500 kalıyor. Beşte biri Leman 100 gram, yine 400 kalıyor. Dörtte biri Suzan 100 gram, Murat 100 gram, Şehnaz kalanın yarısını yediğinde 200'ün yarısı 100, en son geriye kalan da anne diyor o da 100 gram hepsi eşit.

A: Evet güzel. Peki başka hangi yol gelmişti aklına?

Ö9: Kesirlerle ilgili olduğu için şekille de yapabilirim. (Bir daire çizer ve 6 eş parçaya ayırır.) İlk babaya bir dilim verelim, zaten geriye 5 parça kalıyor. 1/5'ini Leman yerse yine bir parça oluyor, hep kalan parçanın verilen kesre bölümü 1 oluyor yani hepsi eşit parçaya yemiş oluyor.

Ö8 öğrencisi kek probleminde matematiksel yaratıcılık açısından doğru ve etkili çözümler yapmış ve yaratıcılığını iyi bir şekilde sergileyebilmiştir.

4.8. Salyangoz Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik

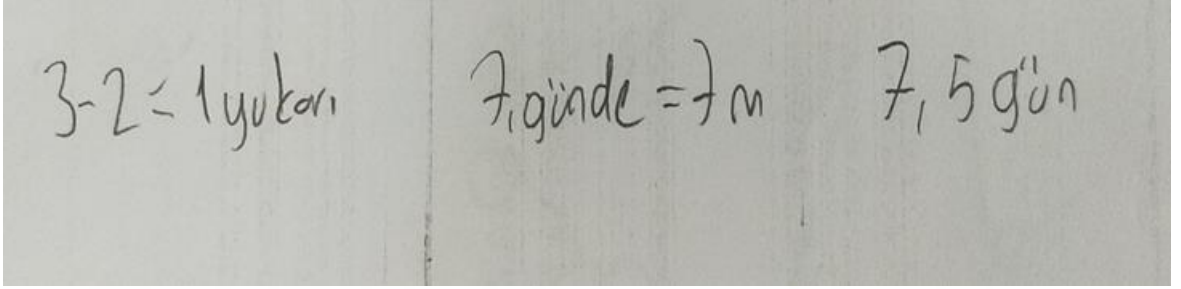
Bulgular

Öğrencilere verilen üçüncü problemde 10 metre uzunluğundaki bir kuyunun dibinde bulunan bir salyangozun gündüzleri 3 metre yukarıya doğru tırmandığı ve geceleri 2 metre aşağıya doğru kaydığı söylenmektedir. Buna göre bu salyangozun kaç günde yeryüzüne çıkabileceği sorulmuştur. Öğrencilerden mümkün olduğunca farklı çözüm yolları bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin salyangoz problemi için buldukları farklı çözüm yollarının sayısı Tablo 4.8.'de verilmiştir.

Tablo 4.8. Salyangoz problemine her bir öğrencinin yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı

Öğrenci	Çözüm Çeşidi Sayısı
Ö6	2
Ö7	3
Ö8	2
Ö9	2
Ö10	1

Tablo 4.8. incelendiğinde Ö6, Ö8 ve Ö9 öğrencilerinin problemi iki yoldan çözmüş oldukları görülmektedir. Ö7 öğrencisi ise problemi 3 yoldan çözebilmiştir. Ö10 problemi sadece bir yoldan çözmüştür, farklı bir yol bulamadığını söylemiştir. Öğrencilerin salyangoz problemlerinin çözümünde kullandıkları geleneksel yöntem dört işlem yapmadır. Salyangoz probleminde en çok tercih edilen yöntem olarak Ö9 öğrencisinin problem çözümü aşağıda verilen şekilde sunulmuştur.



Şekil 4.29. Salyangoz problemini dört işlem yapma yöntemiyle çözen öğrenci cevabı

Şekil 4.29.'da görüldüğü gibi Ö9, salyangoz gündüzleri 3 metre yukarıya doğru tırmanıp geceleri 2 metre aşağıya doğru kaydığından 3'ten 2'yi çıkararak salyangozun 1 metre yukarı doğru ilerlediğini bulmuştur. Daha sonra 7 günde aldığı yolu 7 metre olarak yazmıştır. Tekrar gündüz 3 metre yukarı tırmandığında yarım gün daha geçtiğini ifade etmiş ve sonuç olarak 7,5 günde salyangozun yeryüzüne çıkabileceğini söylemiştir.

Farklı bir yol olarak Ö7 öğrencisi geriye doğru çalışma yöntemini kullanmıştır. Ö7 öğrencisinin 3. yol olarak kullandığı bu yöntem şekil 30'da gösterilmiştir.

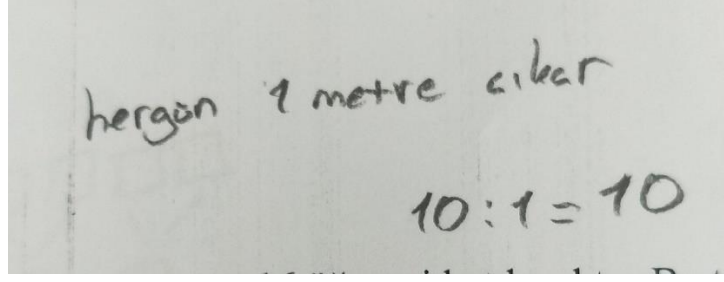
$$\begin{array}{l} 10m - 1 = 9 \\ 9 - 1 = 8 \\ 8 - 1 = 7 \\ 7 - 1 = 6 \\ 6 - 1 = 5 \\ 5 - 1 = 4 \\ 4 - 1 = 3 \\ 3 - 3 = 0 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 10m - 1 = 9 \\ 9 - 1 = 8 \\ 8 - 1 = 7 \\ 7 - 1 = 6 \\ 6 - 1 = 5 \\ 5 - 1 = 4 \\ 4 - 1 = 3 \\ 3 - 3 = 0 \end{array}} \right\} 7$$

e, 5

Şekil 4.30. Salyangoz problemini geriye doğru çalışma yöntemiyle çözen ö7'nin cevabı

Şekil 4.30.'da görüldüğü gibi Ö7, kuyunun uzunluğu olan 10 metreden salyangozun günlük ilerleme miktarını çıkararak işleme başlamıştır. Salyangoz günde 1 metre yukarıya doğru yol aldığından sürekli çıkan sayıdan 1 çıkararak devam etmiştir. Geriye 3 metre kaldığında salyangozun sadece bir gündüz boyunca yol alarak yeryüzüne çıkabileceğini söylemiştir. Böylece 7,5 gün bulmuş ve doğru cevaba ulaşmıştır.

Ö8 öğrencisi problemi iki yoldan çözmüş fakat hatalı bir çözüm yapmıştır. 1. yol olarak dört işlem yapma yöntemini kullanmıştır. Ö8, 3 metre yukarı ve 2 metre aşağı kavramlarını kullanarak salyangozun her gün 1 metre yukarıya doğru çıkacağını belirtmiştir. Daha sonra kuyunun uzunluğu olan 10 metreyi 1'e bölerek cevabı 10 gün olarak bulmuştur. Cevabı ile ilgili bir sağlama yapmamış ve yanlış yaptığını fark etmemiştir. 2. yol olarak ise şekil çizme yöntemini kullanmıştır. Bir kuyu şekli çizerek, kuyunun uzunluğunu 10 eşit bölüme ayırmış, "Her gün bir parçasını çıkar." diyerek yine cevabı 10 gün olarak söylemiştir. Ö8'in yaptığı hatalı çözüm örnek olarak şekil 4.31.'de sunulmuştur.



Şekil 4.31. Salyangoz problemine 08 öğrencisinin yaptığı hatalı çözüm

Şekil 4.31.'de görüldüğü gibi Ö8, salyangozun her gün 3 yukarı, 2 aşağı giderek 1 metre ilerleyeceğini anlamıştır. Fakat yukarıya yaklaştıkça, en son 3 metre kaldığında yeryüzüne çıkacağını ve geri aşağıya kaymayacağını düşünememiştir. 10 metreyi 1 metreye bölerek her gün eşit miktarda yol alacağını düşünüp, cevabı 10 gün olarak bulmuştur. Ö8 soruyu hatalı bir şekilde çözmüştür.

Ö10, problemi bir yoldan çözebilmiş ve dört işlem yapma yöntemini kullanmıştır. Kuyunun 10 metre olduğunu not almış, gündüzleri 3 metre yukarı çıkma miktarını +3 olarak geceleri 2 metre aşağı kayma miktarını -2 olarak düzenlemiştir. Daha sonra +3 ve -2'yi toplayıp günde 1 metre yukarıya çıkacağını söylemiştir. Ö10 daha sonra zihninden düşünerek adım adım salyangozun aldığı yolu hesap etmiş ve en son gündüze geldiğinde 3 metre kaldığını ve 3 metre ilerlediğinde yeryüzüne çıktığı için aşağıya kaymayacağını fark etmiştir. Ö10 bu adımlarla ilgili işlem yapmamıştır cevabın 7,5 olduğunu yazmıştır.

Ö6 salyangoz problemini iki farklı yoldan çözebilmiştir. Bu yollar dört işlem yapma ve örüntü oluşturma yöntemleridir. 1. Yolda, Ö6 salyangozun her gün 1 metre yukarı çıkacağını hesaplamış, 7 gün sonra 7 metre ve bir gündüz daha ilerlediğinde $7+3=10$ metre olacağını yazmıştır. Bir gündüzün yarım gün olduğunu belirterek 7,5 günde yeryüzüne ulaşacağını bulmuştur. Ö6, 2. yolda farklı bir yöntem olarak örüntü oluşturma yöntemini kullanmıştır. Oluşturduğu örüntüde gündüz 3 metre yukarı çıkıp gece 2 metre aşağıya kayan salyangozun gündüz ve gece sonunda buldukları noktaları belirtmiştir. Bunun için örüntüsünde, 3 arttırıp 2 azaltma yöntemini kullanmıştır. Ö6'nın çözümünü örnek olarak şekil 4.32.'de sunulmuştur.

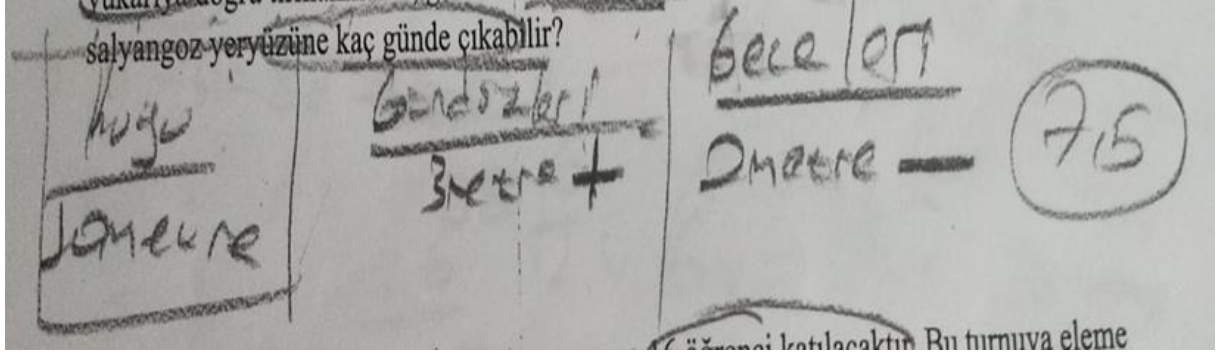
2.yol

1.gün	2.gün	3.gün	4.gün	5.gün	6.gün	7.gün
$\frac{Gü}{3} \quad \frac{Ge}{1}$	$\frac{Gü}{4} \quad \frac{Ge}{2}$	$\frac{Gü}{5} \quad \frac{Ge}{3}$	$\frac{Gü}{6} \quad \frac{Ge}{4}$	$\frac{Gü}{7} \quad \frac{Ge}{5}$	$\frac{Gü}{8} \quad \frac{Ge}{6}$	$\frac{Gü}{9} \quad \frac{Ge}{7}$
8.gün Gündüz $7+3=10m$	7,5 günde ulaşır.					

Şekil 4.32. Salyangoz problemini örüntü oluşturma yöntemiyle çözen ö6'nın cevabı

Şekil 4.32.'de görüldüğü gibi Ö6, salyangozun sıfır noktasında olduğunu düşünerek gündüz 3 metre yukarıya tırmandığı için gündüze 3, gece 2 metre aşağıya kaydığından gece bulunduğu yükseklik için 1 metre yazmıştır. Örüntüsünü 3 arttırıp 2 azaltarak devam eden Ö6, şekilde görüldüğü gibi 7. günün gecesinde salyangozun 7 metrede olduğunu daire içine alarak göstermiştir. Daha sonra bir gündüz daha tırmandığında $7 + 3 = 10$ metreye ulaşır yeryüzüne çıkabileceğini belirtmiştir. Problemden kaç gün olduğu sorulduğundan, "7,5 günde ulaşır" diyerek de cevabını yazmıştır. Ö6 bu çözümü ile diğer öğrencilerden farklı bir yol üretmiştir.

Salyangoz problemine öğrencilerin yaptığı çözümler yaratıcılığın aşamaları açısından incelendiğinde, tüm öğrencilerin hazırlık aşamasını tamamladıkları görülmüştür. Örneğin Ö6, bir şekil çizerek eşit bölümlere ayırmıştır ve bilgilerini toparlamıştır. Ö6, 2. yöntemde ise bir diyagram hazırlayarak örüntüsünü buraya yerleştirmiştir. Ö7, problemi okurken önemli yerlerin altını çizmiş, örneğin 10 metre, 3 metre ve 2 metre gibi sayıları kullanmak için hazırlamıştır. Başka bir yolda ise Ö7, ilk kuyu şekli çizerek üzerinde çalışmıştır. Yukarıya doğru 3 ve aşağıya doğru 2 metre olarak sayıları oklarla göstermiştir. Ö8, salyangoz problemini çok dikkatli okumamıştır, sadece 3 metre yukarı 2 metre aşağı indiğinde, 1 metre çıkacağını belirlemiştir. Ö9, bir şekil çizerek 10 bölmeye ayırmıştır ve bunun üzerinde çalışmıştır. Ö10 ise gündüz ve gece yazıp altını çizerek gündüz için +3, gece için -2 diyerek çözümünde kullanacağı bilgileri düzenlemiştir. Ö10'un salyangoz problemi için yaptığı çözüm Şekil 4.33.'de verilmiştir.

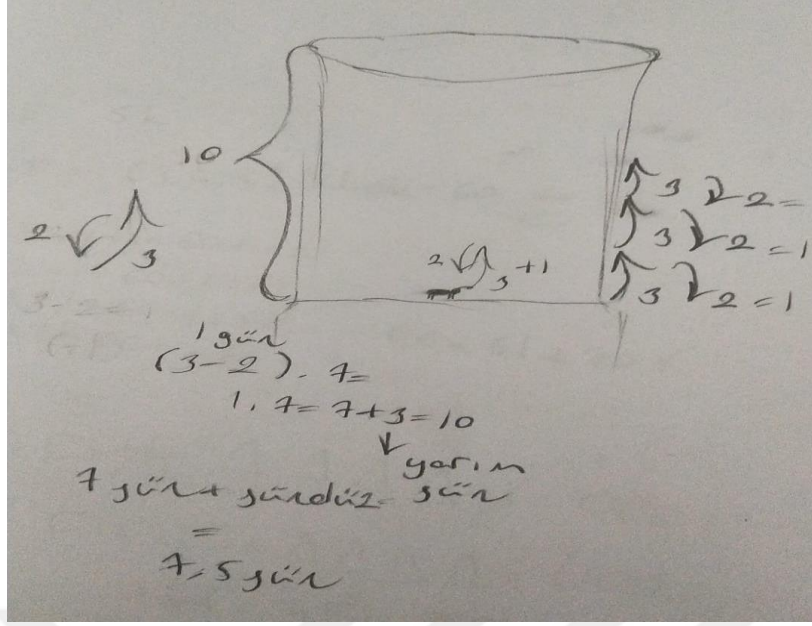


Şekil 4.33. Salyangoz problemine ö10 öğrencisinin yaptığı çözüm

Şekil 4.33.'de görüldüğü gibi Ö10, kuyuyu 10 metre olarak not almış gündüzleri +3 metre yukarıya çıktığını yazmış ve geceleri de 2 metre aşağıya kaydığını belirtmiştir. Ö10 bu bilgileri kullanarak doğru sonuca ulaşmıştır. Burada Ö10'un hazırlık aşamasını tamamladığı görülmektedir.

Kuluçka aşamasını Ö6, Ö7, Ö9 ve Ö10 öğrencileri tamamlamışlardır. Ö8 öğrencisi ise kuluçka aşamasını tamamlayamamıştır. Ö8 problemi doğru anlamadığı için hatalı işlem yapmıştır. Problemi iki yoldan çözmeye çalışsa da hataya düştüğünü fark edememiştir ve böylece kuluçka aşamasını tamamlayamamıştır. Çünkü problemin doğru cevabına ulaşamamıştır. Ö6 salyangoz problemini dört işlem yapma ve örüntü oluşturma yöntemleri ile çözmüştür. Salyangozun 3 metre yukarı 2 metre aşağıya kaymasının her gün 1 metre ilerleyeceği anlamına geldiğini ifade eden Ö6, $3-2=1$ işlemini yapmıştır. 7 gün sonra ise 7 metre ilerlediğini bulmuş ve bir gündüz yani 3 metre daha ilerlediğinde kuyudan çıktığını belirtmiştir. Salyangozun kuyudan kaç günde çıkacağını ise 7,5 gün olarak yazmıştır. Çünkü gündüzü yarım gün olarak hesaplamıştır. Diğer bir yol olarak kurduğu örüntüde ise 3 arttırıp 2 azaltarak; salyangozun 7. gün gece 7 metreye ulaştığını bulmuştur. 8. günün gündüzünde ise 3 metre daha tırmanarak kuyudan çıkacağını belirtmiştir. Böylece cevabı yine 7,5 gün olarak bulmuştur.

Ö7, dört işlem yapma şekil çizme ve geriye doğru çalışma yöntemlerini kullanmıştır. Şekil çizme yönteminde kuyunun yüksekliği üzerinde 3 metre yukarı 2 metre aşağıya doğru çalışarak her adımda ilerleme miktarlarını incelemiştir. Ö7'nin şekil çizme yöntemiyle yaptığı çözüm şekil 4.34.'de örnek olarak aşağıda verilmiştir



Şekil 4.34. Salyangoz problemini şekil çizme yöntemi ile çözen ö7 öğrencisinin cevabı

Şekil 4.34. incelendiğinde kuyunun yüksekliğinde 3 yukarı 2 aşağı hareketlerinin yönlerini gösteren Ö7, sonuçta salyangozun 1 metre ilerlediğini belirlemiştir. 7 gün sonunda çıktığı yüksekliği incelemiş, daha sonra sadece bir gündüz tırmandığında kuyudan çıkabileceğini belirtmiştir. Cevabı 7,5 gün olarak doğru bir şekilde olmuştur. Ö7'nin kuluçka aşamasını tamamladığı görülmektedir. Ö9, salyangoz problemini iki yoldan ve doğru bir şekilde çözerek kuluçka aşamasını tamamlamıştır. Örnek olarak bir şekil çizmiş, bu şekli 10 bölmeye ayırmış, 7 günden sonra kalan 3 bölme için yarım gün yazmıştır. Cevabı 7,5 gün olarak doğru bir şekilde bulmuştur. Ö10 ise soruyu sadece dört işlem yaparak çözmüş ve doğru cevaba ulaşmıştır. 3 metre yukarı için +3, 2 metre aşağı için -2 sayılarını kullanarak günde 1 metre yukarı doğru tırmanma miktarını +1 olarak kabul etmiştir. 7 metreye kadar tırmandıktan sonra gündüz 3 metre tırmandığında yeryüzüne çıktığı için aşağıya kaymayacağını fark etmiştir. Cevabı 7,5 gün olarak yazmıştır.

Yaratıcılığın 3. aşaması olan aydınlanma aşamasını Ö6 ve Ö7 öğrencileri tamamlamışlardır. Ö8, Ö9 ve Ö10 ise aydınlanma aşamasını gerçekleştirilememişlerdir. Ö6 örnek olarak kullandığı ikinci yol olan örüntü oluşturmada salyangozun bulunduğu konumları ayrıntılı incelemiştir. Daha önce çözmüş olduğu benzer bir basit problemi hatırlayarak aydınlanma aşamasına ulaşmış ve bu problemde de aynı yöntemi kullanmıştır. Ö7 ise problemi daha farklı bir yoldan çözmesi istendiğinde önce biraz düşünmüş,

“Buldum, geriye doğru çalışma yöntemi ile de yapabilirim.” diyerek şimşek çakması gibi bir aydınlanma anı yaşamıştır. Geçmişte kullandığı bir yöntem zihninde canlanmıştır. Böylece Ö7 de aydınlanma aşamasını etkili bir şekilde tamamlamıştır. Ö8 problemi hatalı çözmüş ve aydınlanma aşamasına ulaşamamıştır. Ö8'in problemi tam olarak anlamadığı düşünülmektedir. Ö9 problemi mevcut bilgileri ile çözmüş, zihninde canlanan bir durum olmamış ya da aniden hatırladığı bir bilgiyi kullanmamıştır. Ö10 ise problemi hazırladığı ön bilgileri ve ölçütleri kullanarak problemi çözmüş, birden hatırladığı bir bilgiyi kullanmamıştır.

Doğrulama aşamasını Ö6, Ö7 ve Ö9 öğrencileri tamamlamıştır. Ö8 ve Ö10 ise doğrulama aşamasını gerçekleştirememiştir. Ö6, yaptığı işlemleri kontrol ederek ve kurduğu örüntüyü inceleyerek problemin sağlamasını yapmıştır. Ö7 çizdiği şekil üzerinde üç yukarı iki aşağıya çalışarak daha somut bir şekilde çözümünü doğrulamıştır. Ö9 da Ö7'ye benzer olarak çizdiği 10 bölmeli şekil üzerinde üç yukarı iki aşağı hareket ederek 7 günde 7 metreye geldiğini görmüş ve daha sonra kalan 3 metreyi bir gündüzde çıkacağını göstermiştir. Ö8, çözümünde hataya düşmüş, doğru cevaba ulaşamamıştır. Fakat yanlış yaptığını bile fark etmemiştir, çünkü doğrulama aşaması için bir adım atmamıştır. Ö10, problemi çözdükten sonra geriye dönük kontroller yapmamış ve farklı bir yoldan da problemi çözemeyeceğini söylemiştir.

Yapılan bu incelemeler sonucunda salyangoz problemi ile ilgili öğrencilerin genel olarak yaratıcılıklarını sergileyebildiklerini söylenilebilir. Ö6, diğerlerinin kullanmadığı örüntü oluşturma yöntemini tam ve etkili bir şekilde kullanarak yaratıcılığını sergilemiştir. Ö7 ise probleme 3 farklı çözüm yolu üreterek, hepsinde doğru cevaba ulaşmıştır. Ö6 ve Ö7'nin özellikle matematiksel yaratıcılık açısından salyangoz problemini doğru ve etkili bir şekilde çözdükleri söylenebilir.

4.9. Turnuva Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

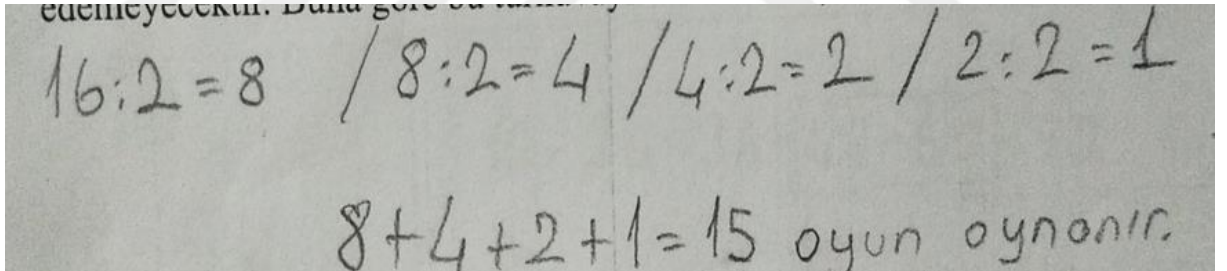
Öğrencilere verilen 4. Problem, “Bir ilkokulda düzenlenen pinpon turnuvasına 16 öğrenci katılmıştır. Bu turnuva eleme usulüne dayalı olarak oynanacaktır. Yani oyunu kaybeden öğrenciler turnuvaya devam edemeyecektir. Buna göre bu turnuvayı kazanmak için kaç tane oyun oynanmalıdır?” şeklindedir. Öğrencilerden problemi farklı yollardan

çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerin turnuva problemi için yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı Tablo 4.9.'da verilmiştir.

Tablo 4.9. Turnuva problemine her bir öğrencinin yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı

Öğrenci	Çözüm Çeşidi Sayısı
Ö6	2
Ö7	3
Ö8	2
Ö9	2
Ö10	3

Tablo 4.9. incelendiğinde, Ö6, Ö8 ve Ö9 öğrencilerinin problemi iki farklı yoldan çözmüş olduğu görülmektedir. Ö7 ve Ö10 öğrencileri ise problemi 3 farklı yoldan çözebilmişlerdir. Çözümler incelendiğinde en fazla kullanılan yöntemin dört işlem yapma daha sonra ise şekil çizme yöntemi olduğu görülmüştür. Bunun dışında örüntü oluşturma, bağıntı bulma yöntemleri de kullanılmıştır. Turnuva probleminde geleneksel olarak kullanılan dört işlem yapma yöntemine örnek olarak bir öğrencinin cevabı şekil 4.35.'te sunulmuştur.



edemeyecektir. Buna göre...

$$16:2=8 \quad / \quad 8:2=4 \quad / \quad 4:2=2 \quad / \quad 2:2=1$$
$$8+4+2+1=15 \text{ oyun oynanır.}$$

Şekil 4.35. Turnuva problemini işlem yapma yöntemiyle çözen öğrenci cevabı

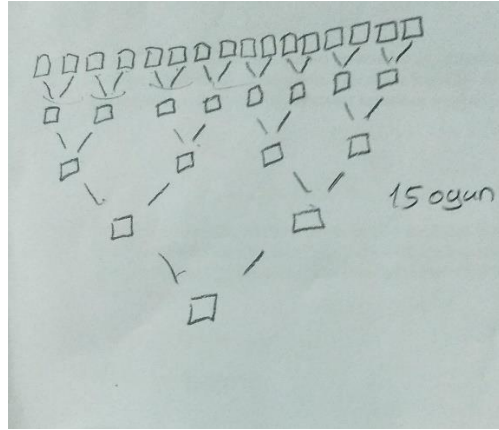
Şekil 4.35.'te görüldüğü gibi 6 öğrencisi turnuvaya katılan 16 öğrenci bulunduğundan ve her oyunda yarısı eleneceğinden 16'yı 2'ye bölmüş ve 8 bulmuştur. Aynı mantıkla devam ederek $8/2 = 4$, $4/2=2$, $2/2 = 1$ işlemlerini ardı ardına yapmıştır. Her işlemin sonucu oynanan oyun sayısını vermektedir. $8 + 4 + 2 + 1 = 15$ oyun oynanacağını bulmuştur. Ayrıca Ö6 öğrencisi, 2. yol olarak da şekil çizme yöntemini kullanmıştır. Şekilleri ikişerli bir şekilde gruplayarak oynanan oyun sayılarını belirlemiş ve sonuç olarak yine toplam 15 oyun oynanacağını bulmuştur. Ö7 öğrencisi, turnuva probleminin çözümünde 1. yol olarak şekil çizme, 2. yol olarak örüntü oluşturma, 3. yol olarak ise bağıntı bulma yöntemlerini kullanmıştır. Ö7, turnuva problemine en fazla çözüm yolu

üreten öğrencilerden birisidir. Örnek olarak Ö7 öğrencisinin örüntü oluşturma yöntemini kullanarak yaptığı çözüm Şekil 4.36.'da verilmiştir.

3. yol $16 = 2^4$
 $2^3 = 8$
 $2^2 = 4$
 $2^1 = 2$
 $2^0 = 1$
+
15

Şekil 4.36. Turnuva problemini örüntü oluşturma yöntemiyle çözen Ö7'nin cevabı

Şekil 4.36.'da görüldüğü gibi Ö7, 16 sayısının 2^4 olarak yazmış ve daha sonra her oyunda oyuncu sayısının yarıya düştüğünü fark ederek 8'i 2^3 , 4'ü 2^2 şeklinde ilişkilendirilmiş ve ikinin kuvvetleri ile alakalı bir örüntü bulmuştur. Daha sonra 8, 4, 2 ve 1 sonuçlarını toplayıp cevabı 15 olarak bulmuştur. Ayrıca bu Ö7'nin probleme üretmiş olduğu 3. yöntemdir. Ö7 problemi doğru bir şekilde çözmüştür. Ö8 öğrencisi problemi iki farklı yoldan çözmüştür. Ö8'in turnuva problemine ürettiği çözüm yöntemleri 4 işlem yapma ve şekil çizmedir. Ö8'in turnuva problemine şekil çizme yöntemini kullanarak yaptığı çözüm örnek olarak Şekil 4.37.'de verilmiştir.



Şekil 4.37. Turnuva problemini şekil kullanma yöntemini kullanarak çözüm yapan öğrenci cevabı

Şekil 4.37.'de görüldüğü gibi Ö8, her bir öğrenciyi temsil eden bir kare şekli çizmiştir. Turnuvada oynanan her oyunda 2 öğrenciden birisi elendiğinden her iki öğrenciyi gruplayarak altına kazanan öğrenciyi temsil eden bir kare çizmiştir. Bu şekilde

devam ederek oynanan oyun sayılarını belirlemiş ve toplamda 15 oyun oynandığını bulmuştur. Başka bir yöntem olarak ise Ö8 geleneksel olan dört işlem yapma yöntemini kullanmıştır. Ö9 öğrencisi turnuva problemini dört işlem yapma ve şekil çizme yöntemleri ile çözmüştür. Örnek olarak turnuva probleminin çözümü ile ilgili Ö9 öğrencisi ile yapılan diyalog aşağıda verilmiştir.

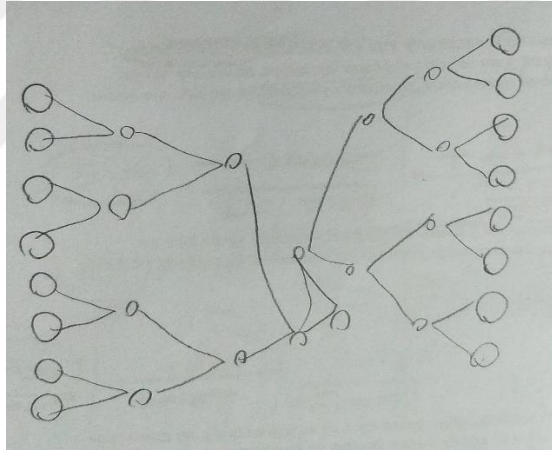
A: Peki, 4. problemle ilgili çözümünü açıklar mısın?

Ö9: (Problemi okur). Tamam, şimdi 16 öğrenci var ve ikiye bölünürler. O zaman 16'yı 2'ye böleriz, 8 maç. 8 kişi galip geldiği için onlar tekrar ikiye bölünürler. 8/2, 4 maç yani böyle gidiyor. 4/2, 2 maç. 2 kişiyi de ikiye bölersek 1 maç yapar. Şimdi toplarız. $8+4+2+1 = 15$ oyun oynanır.

A: Güzel, doğru çözdün. Peki, farklı bir yoldan çözebilir misin?

Ö9: Şekille çalışabiliriz.

Ö9: Tamam olur. (Şekli çizer.)

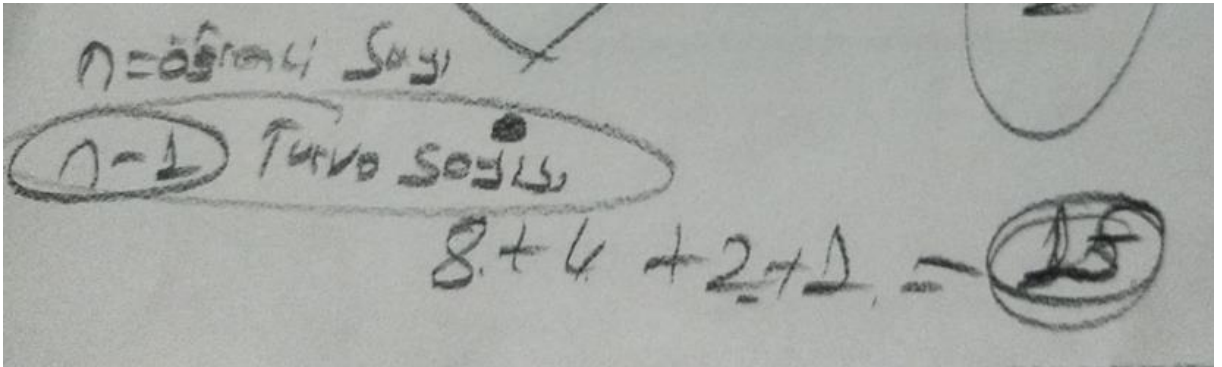


Şekil 4.38. Turnuva problemini şekil çizme yöntemiyle çözen ö9'un cevabı

Şekil 4.38.'de görüldüğü gibi Ö9 her daire şeklini bir öğrenciyi temsil edecek şekilde kullanmış iki öğrenci bir maç yapacağından ikiye bölünürler. Daha sonra kaç oyun oynandığını şekil üzerinde sayarak bulmuştur. Buradan da 15 oyun sonucuna ulaşmıştır. Ö9 turnuva problemini doğru bir şekilde ve farklı yollar üreterek çözmüştür.

Turnuva probleminde öğrencilerin yaptığı çözümler yaratıcılık aşamalarına göre incelendiğinde tüm öğrencilerin hazırlık aşamasını tamamladığı görülmüştür. Ö10 turnuva problemini 4 işlem yapma, şekil çizme ve bağıntı bulma olmak üzere 3 farklı

yöntemle çözebilmiştir. Diğer öğrencilerden farklı olarak kullandığı bağıntı bulma yöntemi örnek olarak şekil 4.39.'da gösterilmiştir.



Şekil 4.39. Turnuva problemini bağıntı bulma yöntemi ile çözen ö10'un cevabı

Ö10 öğrencisi problemi 2 yoldan çözdükten sonra en başta verilen öğrenci sayısı olan 16 ile sonuçta bulduğu oyun sayısı olan 15'i ilişkilendirerek bağıntı bulma yöntemini kullanmıştır. Ö9 öğrenci sayısının 1 eksiği kadar oyun oynandığını söylemiştir. Şekil 39 incelendiğinde 10 öğrenci sayısına "n" demiş, turnuva sayısına ise "n -1" demiştir. 16 öğrencinin katıldığı bir turnuvada 15 oyun oynandığını belirtmiştir. Diğer öğrencilerden farklı olarak Ö10'un bu bağıntıyı fark etmesi ve oluşturması matematiksel yaratıcılık açısından önemlidir.

Hazırlık aşamasında, örnek olarak Ö7 problemi okumuş problemdeki sayıların altını çizmiş tir. Daha sonra öğrenci ile oynanan oyun arasında nasıl bir ilişki olduğunu söylemiştir. Ö8 ise ilk olarak toplam öğrenci sayısı olan 16'yı yazmış ve nasıl bir işlem yapacağına karar vermiştir. Kullanacağı işlemi "İkiye bölmek gerekiyor." diye belirtmiştir. Ö9, soruyu okuduğunda zihninde bir şekil canlandırmış ve çözümünde bu şekli kullanmıştır. Ö10 ise problemde kullanabileceği bir bağıntı hazırlamıştır. Öğrenci sayısına n, turnuvada oynanan oyun sayısına n-1 demiştir. Problemi çözdüğü üçüncü yolda bu bağıntıyı kullanmıştır. Böylece tüm öğrencilerin hazırlık aşamasını tamamladığı görülmüştür.

Turnuva probleminin çözümünde kuluçka aşamasını da tüm öğrenciler tamamlamıştır. Örnek olarak Ö7 üslü sayılardan oluşan bir örüntü bulmuş ve problemi bu şekilde çözmüştür. 16 öğrencinin yarısı elendiğinde 8, 8 öğrencinin yarısı elendiğinde 4, 4 öğrencinin yarısı elendiğinde 2 ve 2 öğrencinin yarısı elendiğinde 1 oyun oynanmış olmaktadır. Bu bilgileri kullanan Ö7 2^3 'ten başlayarak 2^2 2^1 ve 2^0 üslü sayılarını alt alta

yazmıştır. Daha sonra bunların sonuçlarını toplayarak 15 oyun olduğunu belirtmiştir. 2'nin kuvvetleri ile ilgili bir örüntü bulan Ö7 kuluçka aşamasını başarılı bir şekilde tamamlamıştır. Ö6 ise şekil çizerek çözüm yapmıştır. Her öğrenciyi temsil eden daire şeklini kullanarak ikişerli grupları oluşturmuştur. Her iki öğrencinin bir maç yaptığını düşünerek oynanan oyun sayısını 15 olarak bulmuştur. Ö8 ise en çok tercih edilen dört işlem yapma yöntemi ile problemi çözmüştür. Ö6 öğrencisi, ikişerli olarak yaptığı maçları düşünerek 16'yı 2'ye bölmeye karar vermiştir. Eleme usulünde öğrencilerin yarısı elendiği için çıkan sayısı sürekli ikiye bölmüştür. Daha sonra bulduğu sayıları toplayarak 15 oyun oynandığı sonucuna ulaşmıştır.

Örneklere anlatıldığı gibi 8 sınıf öğrencileri turnuva probleminin çözümü için farklı yollar üreterek kuluçka aşamasını başarılı bir şekilde tamamlamışlardır. Tüm öğrenciler kullandıkları her yöntemde doğru cevaba ulaşmışlardır.

Aydınlanma aşamasını Ö7, Ö6 ve Ö10 öğrencileri gerçekleştirmiştir. Ö8 ve Ö9 öğrencileri ise mevcut bilgileri ile verilenleri düzenleyerek çözümlerini yapmışlar fakat aydınlanma aşamasını gerçekleştirememişlerdir. Örnek olarak Ö7 öğrencisi, 16 öğrenciyi sürekli ikiye böldüğünde 2'nin kuvvetleri ile ilgili bir örüntü olduğunu fark etmiş “Aa, bir şey keşfettim böyle, bunu daha sonra da kullanacağım.” diyerek bir şimşek çakması gibi aydınlanma anı yaşamıştır. Ö10 ise problemi çözüp verilen ve istenenleri ilişkilendirdiğinde bir bağıntı fark etmiştir. “Böyle çok kolay oldu, bunu öğrendiğime sevindim.” demiştir. Ö10, 16 öğrenci eleme usulüne dayalı bir turnuvaya katılıp maç yaptığında sonuçta bir öğrenci kazanacağı için 15 öğrencinin elenmesi gerektiğini fark etmiştir. Buradan da “n öğrenci katılırsa n-1 oyun oynanır.” diyerek bir bağıntı bulmuştur. Aniden gelişen bu durum onun aydınlanma aşamasını etkili bir şekilde gerçekleştirdiğini göstermektedir. Ö6 ise problemi okuduğunda zihninde bir şekil canlandığını ve ikinci yol olarak şekil çizmek istediğini söylemiştir. Böylece Ö6'da aydınlanma aşamasını gerçekleştirmiştir.

Doğrulama aşamasını tüm öğrenciler gerçekleştirmiştir. Tüm öğrenciler birden fazla yol kullandığından sonuçlarını karşılaştırarak cevabın doğru olup olmadığını kontrol etmişlerdir ya da yaptıkları işlemi geriye dönüp tekrar ederek çözümlerini incelemişlerdir. Örnek olarak Ö10, şekil çizme yönteminde şeklini ikişerli gruplar şeklinde oluşturup aşağıya doğru çizgiler çekerek devam ettirmiştir. Her iki çizgiyi bir oyun olarak saymış ve 15 oyun olduğunu bulmuştur. Fakat başa dönüp tekrar sayalım

demış ve tekrar saydığında aynı sonuca ulaşmıştır. Böylece onun için doğrulama aşaması gerçekleşmiştir. Ö7 ise örüntü oluşturma yöntemi ile problemi çözdükten sonra geriye dönüp önceki yollarını kontrol etmiştir. 2. yolda 16 oyuncu varsa biri kazanacağından 15'i elenecektir. “Bunun için de 15 maç yapılmalıdır” demiştir. Çözümlerini inceleyip irdelediği için Ö7 de doğrulama aşamasını gerçekleştirmiştir. Ö6, dört işlem yöntemini kullandığı çözümünde 16'dan başlayarak sayıları sürekli ikiye bölmüş ve sonuçlarını toplamıştır. Cevabı 15 bulduktan sonra geriye dönüp tekrar bölme işlemlerini kontrol ederek sağlama yapmıştır.

Yapılan incelemeler sonucunda öğrencilerin turnuva problemine ait olan çözümleri incelendiğinde ve çözüm yollarının sayısı dikkate alındığında matematiksel yaratıcılıklarını gösterebildikleri söylenebilir. Özellikle Ö7 ve Ö10 öğrencileri, turnuva problemini çözerken yeni yöntemler keşfetmişlerdir, bu durum matematiksel yaratıcılık açısından önemli olabilir.

4.10. Kitap Problemine Ait Öğrenci Çözümlerinin İncelenmesine Yönelik Bulgular

Öğrencilere son olarak verilen kitap probleminde, Merve'nin koleksiyonunda 40'tan fazla 70'ten az mizah kitabı olduğu verilmiştir. Problemde Merve'nin kitaplarını 3'erli 4'erli veya 5'erli grupladığında geriye her zaman bir kitap kaldığı söylenmektedir. Buna göre öğrencilere toplam kaç kitap olduğu sorulmuştur. Öğrencilerden bu problemi de farklı yollardan çözmeleri istenmiştir. Öğrencilerin kitap problemi ürettikleri farklı çözüm yollarının sayısı Tablo 4.10.'da verilmiştir.

Tablo 4.10. Kitap problemine her bir öğrencinin yaptığı farklı çözüm yollarının sayısı

Öğrenci	Çözüm Çeşidi Sayısı
Ö6	2
Ö7	2
Ö8	2
Ö9	2
Ö10	1

Tablo 4.10. incelendiğinde, Ö6, Ö7, Ö8 ve Ö9 öğrencilerinin problemi 2 farklı yoldan çözebildiği görülmektedir. Ö10 öğrencisi ise problemi sadece bir yoldan çözebilmiş, farklı çözüm yolu üretmediğini söylemiştir. Öğrenciler kitap probleminde

çözüm yöntemi olarak en çok EKOK yöntemini kullanmayı tercih etmişlerdir. Kitap probleminde en çok tercih edilen yöntem olan EKOK yöntemini kullanarak çözüm yapan bir öğrencinin cevabı örnek olarak şekil 4.40.'ta verilmiştir.

Handwritten student solution for the book problem. The student lists the numbers 3, 4, and 5, then calculates their LCM as 60. They then add 1 to 60 to get 61, which is the final answer.

$$\begin{array}{l} 3 \times 11 \quad 4 \times 11 \quad 5 \times 11 \\ \downarrow \\ (3, 4, 5) \text{ EKOK} = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 \\ 60 + 1 = 61 \end{array}$$

Şekil 4.40. Kitap problemini ekok yöntemiyle çözen öğrenci cevabı

Şekil 4.40.'ta görüldüğü gibi Ö7, 3,4 ve 5 sayılarının EKOK 'unu alarak bu sayıları aralarında asal olduğu için çarpmış ve sonucu 60 bulmuştur. Problemden kitapların 40'tan fazla 70'ten az olduğu söylendiğinden 40'la 70 arasında bir sayı olduğunu anlamıştır. Kitaplar rafa yerleştirildiğinde her seferinde bir kitap kaldığından 60 sayısına 1 ekleyerek sonucu 61 olarak bulmuştur.

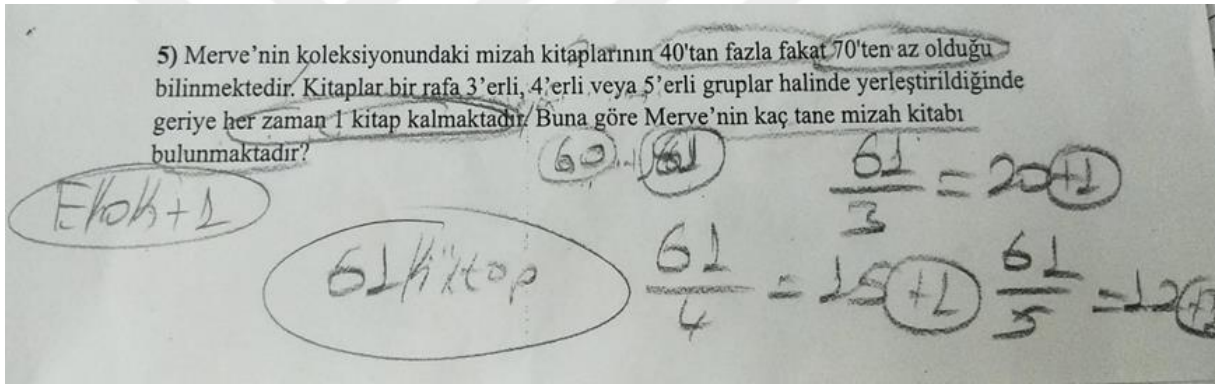
Ö6 kitap probleminin çözümünde iki farklı yol kullanmıştır. 1. yolda 3, 4 ve 5 sayılarının algoritmasını alarak EKOK 'u 60 olarak hesaplamıştır. Kitaplar bir rafa üçerli, dörderli, beşerli dizildiğinde her seferinde bir kitap arttığından 60'a da bir eklemiş ve 61 mizah kitabı olduğunu bulmuştur. 2. yolda ise örüntü oluşturma yöntemi ile 3'ün ve 4'ün katı olan 12 sayısından başlayarak, 12, 24, 36, 48, 60 ve 72 sayılarını yazmıştır. Bunların içerisinde 40 ve 70 arasında olanları 48 ve 60 olarak belirlemiştir. Kitap sayısı 5'in katı da olması gerektiğinden 60 sayısını seçmiştir. Her seferinde bir kitap arttığından 60'la biri toplayarak cevabı 61 olarak bulmuştur.

Ö8 bir rafa üçerli, dörderli ve beşerli gruplar halinde kitaplar dizildiği için 3, 4 ve 5'in EKOK 'unu hesaplamıştır. Her seferinde bir kitap arttığı için 60'la 1'i toplayıp 61 sayısını elde etmiştir. İkinci yol olarak üçer, dörder ve beşer artan örüntüleri incelemiştir. Kitap sayısı, 40 ve 70 arasında olması gerektiğinden bu örüntülerden ortak olarak 60 sayısını seçmiştir. Daha sonra 1 ekleyerek 61 sonucuna ulaşmıştır.

Ö9 3, 4 ve 5 aralarında asal olduğu için bunları direkt çarpmış ve EKOK'u 60 olarak bulmuştur. Kitaplar 3'erli 4'erli ve 5'erli dizildiğinde her seferinde bir kitap arttığından 60 sayısına 1'i ekleyerek 61 kitap olduğunu bulmuştur. Kitap sayısının 40 ile

70 arasında olması gerekmektedir. Ö9'un bulduğu çözüm de bu aralıktadır. İkinci bir yol olarak Ö9, 40 ile 70 arasındaki sayıları incelemiştir. 48 sayısını 3'ün ve 4'ün katı olarak bulmuş fakat 5'in katı olmadığını anlamıştır. Daha sonra 3'ün ve 4'ün katı olan 60 sayısını incelemiştir. 60 sayısı 5'in de katı olduğundan bu aralıktan 60 sayısını seçmiştir. Her seferinde bir kitap arttığından 60'la 1'i toplamış ve 61 sonucunu bularak doğru cevaba ulaşmıştır.

Ö10; 3, 4 ve 5'in EKOK 'unu zihinden hesaplamıştır. Her seferinde bir kitap arttığından 60'a 1 ekleyerek 61 kitap olduğunu bulmuştur. Daha sonra 61'i 3'e 4'e ve 5'e bölerek cevabını kontrol etmiştir. Her seferinde 1 kalanını bulmuştur. Problemden kitap sayısının 40 ile 70 arasında olması istenmektedir. Buna göre Ö9, 61 sayısının bu aralığa da uygun olduğunu gördüğünden doğru cevabı 61 olarak belirtmiştir. Ö10 öğrencisinin cevabı örnek olarak şekil 4.41.'de sunulmuştur.



Şekil 4.41. Kitap problemini ekok yöntemiyle çözen öğrenci cevabı

Şekil 4.41. incelendiğinde, Ö10'un problemi okuduktan sonra bazı bilgileri yazdığı görülmüştür. Ö10, EKOK yöntemini kullanarak problemi çözmüştür. Bir rafa dizilen kitapların içerdiği dörderli beşerli gruplar halinde yerleştirildiğinde her seferinde bir kitabın arttığı belirtildiğinden çözümünü EKOK + 1 olarak planlamıştır. 3, 4 ve 5'in aralarında asal olduğunu söyleyerek EKOK' u zihinden hesaplamış ve 60 olarak bulmuştur. Daha sonra bir kitap arttığından 60'a 1 ekleyip 61 kitap olduğu sonucuna varmıştır. Son olarak sağlama yapmak istemiş 61'i 3'e 4'e ve 5'e bölerek her seferinde bir kalanın olduğunu görmüştür. Ö10 problemi doğru bir şekilde çözmüştür.

Kitap probleminde öğrencilerin yaptığı çözümler yaratıcılık aşamalarına göre incelenmiştir. Tüm öğrencilerin hazırlık aşamasını tamamladığı görülmüştür. Örnek olarak Ö7, problemi okuduktan sonra kitaplar üçerli olduğundan ve her seferinde bir

arttığından $3x+1$, 4'erli olduğunda $4x+1$, beşerli olduğunda $5x+1$ ifadelerini bir kenara yazarak not etmiştir. Ö6 ise problemi okuduktan sonra geçmiş bilgileri ile EKOK yöntemini ilişkilendirmiştir. 3'ün katları, 4'ün katları ve 5'in katları yazarak ön bilgilerini düzenlemiştir. Ö9 da benzer olarak 3, 4 ve 5 sayılarının aralarında asal olduğunu yazmıştır, çözümünde ise aralarında asal sayıların EKOK 'unun bu sayıların çarpımı olduğu bilgisini kullanmıştır. Ö8 ise 3'er 4'er ve 5'er artan örüntüler hazırlamıştır. Örneğin üçer artan örüntüye 42, 45, 48 yazmıştır. Dörder artan örüntüye 44, 48, 52 yazmıştır. Beşer artan örüntüye ise 45, 50, 55, 60 yazmıştır. Kitap sayısı 40 ile 70 arasında olacağından bu örüntülerden 60 sayısını seçmiştir. Böylece tüm öğrenciler hazırlık aşamasına etkili bir şekilde tamamlamışlardır. Ö8 öğrencisinin hazırlık aşaması Şekil 42'de verilmiştir.

42	45	48	
3'er			+1
44	48	52	
4'er			+1
45	50	55	
5'er			+1

40L + L70

Şekil 4.42. Kitap problemini örüntü oluşturma yöntemiyle çözen ö8'in cevabı

Şekil 4.42. incelendiğinde Ö8'in üçerli, dörderli ve beşerli kitaplar için 40 ile 70 arasında olacak şekilde örüntüler hazırladığı görülmektedir. Her seferinde bir hafta içinde hepsinin yanına +1 yazmıştır. Daha sonra bu bilgileri kullanarak çözümünü yapmıştır.

Kuluçka aşamasında 5 öğrenci de kitap problemini doğru yöntemler kullanarak çözmüşlerdir. Öğrenciler çoğunlukla EKOK yöntemini kullanmayı tercih etmiştir. Örneğin Ö8, 1. yol olarak EKOK yöntemini kullanmıştır. Kitaplar üçerli, dörderli ve beşerli dizildiği için 3, 4 ve 5'in EKOK 'unu algoritma kullanarak hesaplamıştır. 60 olan EKOK sayısına da her seferinde bir artan kitabı ekleyerek sonucu 61 olarak bulmuştur.

Ö7 ise 3, 4 ve 5'in EKOK 'unu alırken bu sayıları direk çarpmıştır ve 60 bulmuştur. Çünkü bu sayıların aralarında asal olduğunu söylemiştir. Daha sonra her seferinde bir kitap arttığında 60'a 1 ekleyip 61 bulmuştur. Kitap sayısının 40 ve 70 arasında olması istendiğinden cevabını 61 olduğunu söylemiştir. Ö6 farklı bir çözüm olarak önce 3'ün ve 4'ün katlarını incelemiştir. Kitapları üçerli ve dörderli düşündüğünde 12'nin katı olarak 12k yazmıştır. Her seferinde bir kitap arttığında 12k +1 yazmıştır. Daha sonra 12 ile başlayan bir örüntü hazırlamıştır. 12, 24, 36, 48, 60, 72 sayılarından 48 ve 60'ı işaretlemiştir. Çünkü kitap sayısının 40 ile 70 arasında olması istenmektedir. Burada 48 sayısını 5'e bölünemediği için elemiş ve 60 sayısını bu üç sayıya da bölünebilen bir sayı olarak belirlemiştir. Daha sonra bir ekleyerek 61 cevabına ulaşmıştır.

Aydınlanma aşamasını gerçekleştiren öğrenciler Ö7 ve Ö10'dur. Ö6, Ö8 ve Ö9 ise mevcut bilgilerini düzenleyerek kullanmışlar ve klasik çözümler yapmışlardır. Aydınlanma aşamasını gerçekleştirememişlerdir. Ö7 daha önce benzer bir problem çözdüğünü hatırlamış ve bu problemi önceki çözdüğü problemle ilişkilendirmiştir. Geçmişteki benzer problemi hatırlayan Ö7, böylece aydınlanma aşamasına ulaşmıştır. Ö10 ise 3, 4 ve 5'in aralarında asal olduğunu fark etmiştir ve bu sayıların çarpımının EKOK 'a eşit olduğunu hatırlamıştır. İşlem yapmadan zihinden hesaplayarak EKOK' un 60 olduğu sonucuna ulaşmıştır. Önceki bilgilerini hatırlayarak kullanan Ö10 aydınlanma aşaması gerçekleştirmiştir. Ö10 öğrencisinin kitap problemindeki çözüm süreci diyalog şeklinde aşağıda verilmiştir.

A: Çözümünü biraz açıklar mısın?

Ö10: Tabii ki. 3, 4 ve 5'i aralarında asal olduğu için çarptım. Çünkü bu sayıların çarpımının EKOK 'a eşit olduğunu biliyorum. Çarptığımızda 60 çıktı. Problemden her seferinde bir kitap artmış. Artan kitabı ekliyoruz. Yani 61.

A: Anladım, çok güzel çözdün. İkinci bir yol düşünmek ister misin?

Ö10: Hayır, ama önce bir kontrol edeyim. Bulduğum sonucu tüm sayılara bölüp kalan 1 mi diye bakacağım. (İşlemleri yapar) Her seferinde kalan bir çıkar. Evet doğru her seferinde kalan bir, demek ki doğru çözmüşüm. Cevap 61.

Doğrulama aşamasını sadece Ö10 öğrencisi tamamlamıştır. Yukarıdaki diyalogda Ö10'un problemin çözümünden sonra sağlama yaptığı görülmektedir. Ö6, Ö7, Ö8 ve Ö9 kitap problemini farklı yollardan çözmüşler, fakat hiçbir sağlama işlemi yapmamışlardır.

Farklı çözüm yollarında aynı sonuca ulaştıklarında problemi doğru çözdüklerini kabul etmişlerdir. Ö10 ise bulduğu sonucu kullanarak sağlama işlemi yapmıştır. Ö10 sonucu 61 bulduktan sonra kitaplar 3'erli dörderli ve beşerli dizildiğinden 61'i 3'e 4'e ve 5'e bölmüştür. Her seferinde 1 kalıyor mu diye kontrol etmiştir. Böylece o an doğrulama aşamasını etkili bir şekilde tamamlamıştır.



5. TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmadan elde edilen bulguların literatürdeki ilişkili araştırmalar ile karşılaştırılarak tartışılmasına, araştırmının genel sonuçlarına ve uygulamaya ve yapılacak araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

5.1. Tartışma ve Sonuç

Tartışma ve sonuç kısmı araştırma sorularına göre iki sınıf düzeyinde ele alınmıştır. İlk olarak 7. sınıf öğrencilerinin açık uçlu 5 farklı çok çözümlü problemde elde ettikleri hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama aşamalarından oluşan matematiksel yaratıcılıklarının değerlendirilmesine yönelik kısım açıklanacaktır. Daha sonra ise 8. sınıf öğrencilerinin 5 adet açık uçlu çok çözümlü problemi çözme sürecindeki hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama aşamalarından oluşan matematiksel yaratıcılıklarının değerlendirilmesine yönelik kısım açıklanacaktır.

Araştırmadan elde edilen bulgulara göre 7. sınıf öğrencilerine verilen açık uçlu 5 adet çok çözümlü problem aracılığıyla, problemleri çözme sürecindeki çözümlerinin incelenmesi ve matematiksel yaratıcılıklarının değerlendirilmesi sonucunda, 7. sınıf öğrencilerinin çok çözümlü problemlere çok fazla çözüm yolu üretmedikleri belirlenmiştir. Yapılan çözümler incelendiğinde 7. sınıf düzeyindeki 5 öğrenciye verilen kutu problemine öğrenciler en az 1 en fazla 3 çözüm yapmışlardır. Top problemine en az 1 en fazla 2 çözüm yapmışlardır. Konser problemine en az 2 en fazla 4 çözüm yapmışlardır. Kurabiye problemine en fazla 1 çözüm yapmışlardır ya da hiç çözüm yolu bulamamışlardır. Trafik lambası problemine en az bir en fazla 3 çözüm yolu bulmuşlardır.

Araştırmada öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının incelenmesi amacıyla kullanılan problemler öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyine, mevcut bilgilerini kullanabilmelerine, matematiksel kavramlar arasında ilişki kurabilmelerine, kazanımları doğrultusunda kendilerine özgü yeni bir çözüm yolu keşfetmelerine uygun olacak şekilde düzenlenmiştir. Öğrencilerin yapmış oldukları çözümler incelendiğinde tüm problemlerde hiç çözüm yolu bulamayan katılımcıların yanı sıra öğrencilerin çoğunluğunun matematiksel yaratıcılıklarını etkili bir şekilde sergileyemedikleri gözlemlenmiştir. Problem çözümleri genel olarak incelendiğinde öğrenciler çoğunlukla hazırlık ve kuluçka aşamalarını tamamlarken, aydınlanma ve doğrulama aşamalarını gerçekleştiren öğrencilerin az sayıda olduğu görülmüştür. Öğrenciler problem

çözümlerinde geleneksel yöntemleri daha fazla kullanmışlardır. Bu durum öğrencilerin genel olarak bir problemi çok fazla yoldan çözmeye alışık olmadığını, bilgi eksikliklerinin olduğunu, problem çözme becerilerinin yeterli düzeyde gelişmediğini göstermektedir.

Öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerden elde edilen gözlemlere göre, öğrencilerin problemlere çok çözüm üretememe nedeni olarak kazanımların zamanında tam olarak gerçekleşmemiş olması, öğrencilerin genelde geleneksel olan problemlerle karşılaştıkları, doğrulama gerektiren problemlerle çok fazla uğraşmadıkları belirlenmiştir.

Çok çözümlü problemlere birden fazla çözüm üretebilmek için iyi bir matematik temeline sahip olma, problem çözümünde farklı stratejiler geliştirebilme, örüntü kullanma, genelleme yapabilme, akıl yürütme, kavramlar arası ilişki kurma, bağıntıları öğrenme ve kullanabilme gibi becerilere öğrencilerin sahip olması gerekmektedir.

Okul matematiğinde ve ders kitaplarında matematiksel yaratıcılığa teşvik eden problemlere çok fazla yer verilmemektedir. Öğrenciler çok sık karşılaşmadıkları için de problemlere fazla çözüm yolu üretememişlerdir. Leikin ve Lev (2007)'in yaptıkları araştırmada okul çocuklarında matematiksel yaratıcılığın incelenmesi için çoklu çözümlü görevlerinin etkili bir araç olduğu sonucuna varılmıştır. Bu durum çok çözümlü problemlerin matematiksel yaratıcılık açısından önemli olduğunu desteklemektedir. Osakwe, Egara, Inweregbuh, Nzeadibe vd. (2023) çoklu çözüm görevlerinin öğrencilerin matematiksel yaratıcılığını arttırmak için etkili bir öğretim yaklaşımı olduğunu belirlemişlerdir. Bu çalışmalar Matematiksel yaratıcılığın okul matematiğindeki gerekliliğinin önemini desteklemektedir. Öğrencilerin çok çok çözümlü problemlerle daha sık karşılaşması matematiksel yaratıcılıklarının gelişmesi açısından önemlidir. Maulidia, Johar ve Andariah (2019) yaptıkları çalışmalarında matematik problemlerini çözümedeki yaratıcılığın problem temelli öğrenme ile geliştirilebileceği sonucuna varmışlardır. Siswono (2010) öğrencilerin matematiksel yaratıcı düşünme seviyeleri için bir çerçeve geliştirmeyi amaçladıkları çalışmalarında öğrencileri açık uçlu problem çözümlerindeki seviyelerini sıfırdan 4'e kadar 5 farklı yaratıcı düşünme seviyesinde belirlemişlerdir.

7. sınıf öğrencilerininin kutu problemine yaptıkları çözümler incelendiğinde öğrencilerin geleneksel yöntemlerle sınırlı kaldığı görülmektedir. Yapılan çözümler genelde dört işlem yapma ve şekil çizme yöntemleri ile gerçekleştirilmiştir. Bu sonuçlar

öğrencilerin okudukları problemi tam olarak anlayamamış olmaları, kavramlar arasında ilişki kuramamalarından kaynaklanıyor olabilir. 7. sınıf öğrencileri kurabiye probleminde çoğunlukla hiçbir çözüm yolu üretememişlerdir. Sadece bir öğrenci problemi bir yoldan çözebilmiştir. Konser problemini bir trafik problemi ise genel olarak tüm öğrenciler birden fazla çözüm yolu üretebilmiştir. Top probleminde ise öğrenciler problemi okuduklarında tam olarak anlayamamışlardır ve çoğu öğrenci hataya düşmüştür. Altuner Sözeri, Şengil Akar ve Saygı (2023) yaptıkları çalışmada 2022-2023 eğitim öğretim yılında MEB'e bağlı ortaokullarda kullanılan MEB 7. sınıf matematik ders kitabında bulunan problemleri yaratıcılık anlamında incelemişlerdir, sonuç olarak 7. sınıf ders kitabının matematiksel yaratıcılığı teşvik etme açısından eksik kaldığı belirlenmiştir. Bundan sonra yayınlanacak ders kitaplarında açık uçlu ve yaratıcılığı daha fazla destekleyen problemlere yer verilmesi önerilmiştir. Ayvaz (2019) ortaokul 7. sınıfa devam eden özel yetenekli öğrencilerin problem kurma temelli etkinliklerle problem kurma becerileri ve matematiksel yaratıcılıklarının incelenmesini amaçladığı çalışmasında öğrencilerin matematiksel yaratıcılık ve problem kurma becerilerinin gelişiminde anlamlı bir etkiye sahip olduğunu görmüştür.

Araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin büyük bir çoğunluğunun problemlere ilişkin birden fazla çözüm yolu üretebildikleri gözlemlenmiştir. 7. sınıf öğrencileri ile karşılaştırıldığında 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme becerilerinin matematiksel yaratıcılık açısından değerlendirildiğinde hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama aşamalarını daha doğru ve etkili bir şekilde tamamladıkları söylenebilir. Bu durum 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerinin daha gelişmiş olması, mevcut bilgilerini daha verimli kullanabilmeleri, kavramlar arasında daha iyi ilişki kurabilmeleri genelleme yapabilmeleri örüntü oluşturabilmeleri ile ilgili olabileceğinin göstergesidir.

Öğrencilerle yapılan klinik görüşmelerde 8. sınıf öğrencilerinin problem çözmeyi daha istekli oldukları, hazır bulunuşluklarının daha iyi olduğu, özellikle örüntüleri fark etme konusunda matematiksel yaratıcılıklarını sergileyebildikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilerin genel olarak problemleri doğru bir şekilde en az iki yöntemle çözebildikleri görülmüştür. Fakat bazı 8. sınıf öğrencilerinin daha farklı yöntemler kullanarak daha orijinal çözümler yaptığı söylenebilir. 8. sınıf öğrencileri problem türüne göre de matematiksel yaratıcılık açısından farklılık göstermişlerdir. Şeker probleminde tüm öğrenciler denklem kurma yöntemini kullanarak ve neredeyse aynı şekilde denklem kurarak problemi geleneksel yöntemle çözmüşlerdir. Öğrenciler kısa

yoldan hızlı bir şekilde çözüme ulaşmayı tercih etmektedirler. Farklı bir çözüm yolu bulması istenmediğinde, farklı yöntem ve kavramları kullanarak yeni çözümler yapmayı gerekli bulmamışlardır. Çünkü rutin olmayan problemlerle uğraşmalarını sağlayacak çok fazla etkinliğe yer verilmemektedir. Çok çözümlü problemlerin matematiksel yaratıcılığı geliştirmek açısından önemli olduğu bu durumu desteklemektedir. Aydağ (2021), 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel yaratıcılık düzeyleri ve akademik başarıları ile ilgili yaptıkları çalışmada akademik anlamda başarılı olan öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının daha başarılı olanlara göre farksızlaştığını göstermiştir. Kirişçi, Sak ve Karabacak (2020) seçmeli problem çözme modelini kullanarak öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının gelişimini incelemeyi amaçladıkları çalışmalarında seçmeli problem çözme modelinin öğrencilerin matematikteki yaratıcılık becerilerini geliştirdiğini belirlemiştir. Bu çalışma da yaratıcılığın gelişmesinde problem çözmenin önemini ortaya koymaktadır.

7. sınıf öğrencileri salyangoz probleminde dikkat etmeleri gereken bir noktayı gözden kaçırdıkları için problemi genel olarak ya yanlış çözmüş ya da fazla çözüm yolu üretememişlerdir. Bunun nedeni öğrencilerin problemi çözmek için hangi yöntemi kullanacaklarını belirleyememesidir. Lev-zamir ve Leikin (2011) öğrencilerin yaratıcılıkla ilgili becerileri kazanabilmelerinin ancak yaratıcılığa önem veren öğretmenler tarafından gerçekleştirilebileceğini bunun için öncelikle öğretmenlerin yaratıcılıkla ilgili görüşlerinin anlaşılması gerektiğini düşünmektedirler. Bu nedenle eğitimde öğrencileri yaratıcı düşünmeye teşvik edecek etkinliklere yer verilmesi ve öğretmenlerin de öğrencilerin matematiksel yaratıcılığına önem vermesi gerekmektedir.

Koç Koca A. (2023) 'ün yaptığı çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının matematiksel yaratıcılıkları ile ilgili görüşlerinin incelenmesidir, sonuç olarak matematik öğretmen adaylarının yaratıcı fikirler ve deneyimler için eğitimin gerekliliğine inandıkları, öğrencinin hayal gücünün gelişmesinin eğitime bağlı olduğunu düşündüklerini, yaratıcılığa önem verdiklerini belirlemiştir. Fakat öğretmenler zaman ve müfredat yetiştirme açısından sınırlı kaldıklarını söylemişlerdir.

8. sınıf öğrencilerinin çok çözümlü problemleri çözme sürecinde, hazırlık, kuluçka aydınlanma ve doğrulama aşamaları matematiksel yaratıcılık açısından incelendiğinde 7 sınıflara göre özellikle aydınlanma aşamasını daha etkili ve tam olarak gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir. Bunun yanı sıra doğrulama aşamasını da 8. sınıf

öğrencileri çoğunlukla gerçekleştirmişlerdir. Ayrıca 8. sınıf öğrencileri kavramları daha etkili ifade edebilmiş, problem çözerken daha güçlü iletişim kurmuş ve hatalarını fark ettiklerinde genel olarak geriye dönüp düzeltmişlerdir. Koloğlu (2023) tarafından matematiksel anlamda üstün yetenekli olan öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını ve matematiksel iletişim beceri düzeylerini belirlemek amacıyla yaptığı çalışmada öğrencilerin %75'inin orta düzeyde matematiksel yaratıcılığa, orta ve üstü düzeyde matematiksel iletişim becerilerine sahip olduğu görülmüştür. Bu çalışmada bu durumu desteklemektedir. Çünkü çalışmada ölçüt olarak bir önceki dönem not ortalaması 85 ve üzeri olan akademik başarısı yüksek öğrencilerle çalışılmıştır.

5.2. Öneriler

Araştırma sonuçlarına bağlı olarak geliştirilen öneriler uygulamaya yönelik öneriler ve yapılacak olan araştırmalara yönelik öneriler olmak üzere iki başlık altında belirtilmiştir.

5.2.1. Uygulamaya yönelik öneriler

- Öğrencilerin problemleri çok çözüm üretmediği göz önüne alındığında öğretmenlerin çok çözümlü problemleri çözme sürecinde öğrencileri yaratıcılığa teşvik etmesi açısından öğretmenlerle bu konuda hizmet içi eğitimler verilebilir.
- Çok çözümlü açık uçlu problemlerin öğrencilerin matematiksel yaratıcılığını geliştirmesi açısından önemli olduğu düşünülürse çok çözümlü problemlere müfredatta yer verilebilir.
- Ders kitaplarının ünite sonu bölümlerine ilgi çekici ve yaratıcı düşünmeye teşvik edecek açık uçlu rutin olmayan problemler eklenebilir.

5.2.2. Yapılacak araştırmalara yönelik öneriler

- Ortaokulun 5. ve 6. sınıf düzeyinde de çok çözümlü problemler kullanılarak öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejileri üzerinde matematiksel yaratıcılıkları değerlendirilecek çalışmalar yapılabilir.
- Öğrencilerin problem çözme sürecindeki matematiksel yaratıkların değerlendirmesini ilişkin karma desenler kullanılabilir.
- Öğrencilerin çok çözümlü problemlere birden fazla çözüm üretebileceği eğitimler tasarlanarak öğrencilere faydalı olabilecek çalışmalar yapılabilir.

6. KAYNAKLAR

- Akgün, L., Kar, T., ve Öçal, M. F. (2016). Matematikte problem çözme 3-6. sınıflar için. *Pegem Atıf İndeksi*, 001-149.
- Altın, M., ve Saracaloğlu, A. S. (2018). Yaratıcı, eleştirel ve yansıtıcı düşünme: Benzerlikler-farklılıklar. *Uluslararası Güncel Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 4(1), 1-9.
- Altıntaş, E., İlgün, Ş., ve Angay, M. (2022). İlköğretim matematik öğretmenlerinin problem çözme ile ilgili görüşleri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(2), 1223-1244.
- Altuner-Sözeri, A., Şengil Akar, S., ve Saygı, E. (2023). MEB 7. sınıf matematik ders kitabının matematiksel yaratıcılığı desteklemesi bağlamında incelenmesi. *Milli Eğitim*, 52(1), 537-576. <https://doi.org/10.37669/milliegitim.1292321>
- Ati, T. P., and Setiawan, Y. (2020). Efektivitas problem based learning-problem solving terhadap kemampuan berpikir kritis dalam pembelajaran matematika siswa kelas V. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(1), 294-303.
- Aydağ, E. (2021). *8. sınıf öğrencilerinin matematiksel yaratıcılık düzeyleri ile matematik skorları arasındaki ilişki üzerine bir araştırma* (Yüksek lisans tezi). Bahçeşehir Üniversitesi, Lisanüstü Eğitim Enstitüsü, İstanbul.
- Aytaçlı, B. (2012). Durum çalışmasına ayrıntılı bir bakış. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 3(1), 1-9.
- Ayvaz, Ü. (2019). *Problem kurma temelli etkinliklerle özel yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının geliştirilmesi üzerine bir eylem araştırması* (Doktora tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- Baldan, B., Hamzaj, Y. A., ve Çardak, Ç. S. (2018). Yaratıcı düşünmeyi destekleyici bir bağlantıcı öğrenme etkinliği: Analoji duvarı. *Elementary Education Online*, 17(4), 2049-2074.
- Ballı, A., ve Özgenel, M. (2021). Öğretmenlerin yaratıcı düşünme eğilimlerini etkileyen örgütsel bir faktör: Okul kültürü. *Akademik Sosyal Araştırmalar Dergisi*.
- Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenilirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, 9(1), 23-28.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F. (2008). Bilimsel araştırma yöntemleri. *Eren, E., ve Uluysal, B. (2012)*.
- Cansız, Ş. (2015). Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının öğrencilerin matematik başarısına ve yaratıcı düşünme becerilerine etkisi.
- Cansoy, R. (2018). Uluslararası çerçevelere göre 21. yüzyıl becerileri ve eğitim sisteminde kazandırılması. *İnsan ve Toplum Bilimleri Araştırmaları Dergisi*, 7(4), 3112-3134.

- Chevalier, M., Giang, C., Piatti, A., and Mondada, F. (2020). Fostering computational thinking through educational robotics: A model for creative computational problem solving. *International Journal of STEM Education*, 7, 1-18.
- Colzato, L. S., Szapora, A., and Hommel, B. (2012). Meditate to create: The impact of focused-attention and open-monitoring training on convergent and divergent thinking. *Frontiers in Psychology*, 3, 22970.
- Coşkun, A., ve Soylu, Y. (2021). Türkiye’de matematik eğitimi alanında problem çözmeye yönelik yapılan çalışmaların bir içerik analizi. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 8(3), 230-251.
- Çelik, H., Baykal, N. B., ve Memur, H. N. K. (2020). Nitel veri analizi ve temel ilkeleri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 8(1), 379-406.
- Çetingöz, D., Bakırcı, B., ve Konur, Ö. (2023). Okul öncesi öğretmenlerinin yaratıcılığı geliştiren eğitim ortamları oluşturma deneyimlerinin incelenmesi. *Ege Eğitim Dergisi*, 24(3), 280-297.
- Demir, M., ve Açıkgül, K. (2021). Matematik öğretmenlerinin matematiksel yaratıcılığa ilişkin görüşlerinin ve yaratıcı problem çözme becerilerinin incelenmesi. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 8(3), 175-194.
- Dömbekci, H. A., ve Erişen, M. A. (2022). Nitel araştırmalarda görüşme tekniği. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 22(Özel Sayı 2), 141-160.
- Durukan, E., ve Satılmış, S. (2021). 7. sınıf öğrencilerinin eleştirel düşünme, yaratıcı düşünme ve yaratıcı yazma becerileri arasındaki ilişki. *Kuram ve Uygulamada Sosyal Bilimler Dergisi*, 5(1), 53-70.
- Eğmir, E., Keskin, A., ve Pektaş, F. (2020). Yaratıcı düşünme uygulamalarının etkisinin incelendiği lisansüstü tezlerin analizi. *Language Teaching and Educational Research*, 3(1), 116-135.
- Elgrably, H., and Leikin, R. (2021). Creativity as a function of problem-solving expertise: Posing new problems through investigations. *ZDM–Mathematics Education*, 53, 891-904.
- Arık, E., ve Atık, B. T. (2020). Yaratıcılık ve yaratıcı olma kavramlarının günlük dilde anlamları. *Psikoloji Çalışmaları*, 40(2), 335-359.
- Fasko, D. (2001). Education and creativity. *Creativity Research Journal*, 13(3-4), 317-327.
- Fazelian, P., and Azimi, S. (2013). Creativity in schools. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 82, 719-723.
- Gafour, O., and Gafour, W. (2020). Creative thinking skills–A review article. *Journal of Education and e-Learning*, 4(1), 44-58.

- Güç, F. A., ve Keskin, S. (2021). İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin problem kurma yaratıcılıkları ve problem kurma öz yeterlikleri ile problem kurma yaratıcılıkları arasındaki ilişki. *Journal of Computer and Education Research*, 9(17), 145-176.
- Gülel, G. (2006). *Sınıf öğretmeni adaylarının yaratıcılık düzeylerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi (Pamukkale Üniversitesi örneği)*, (Yüksek Lisans Tezi). Pamukkale Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Denizli.
- Hernández-Torrano, D., and Ibrayeva, L. (2020). Creativity and education: A bibliometric mapping of the research literature (1975–2019). *Thinking Skills and Creativity*, 35, 100625.
- MEB. (2023). Yazılı ve uygulamalı sınavlar yönergesi. https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2023_10/12115933_MEB_yazili_ve_uygulamali_sinavlar_yonergesi.pdf (Erişim Tarihi:10.04.2024)
- Euronews. (2023). PISA 2022: Dünyada fen, matematik ve okuma alanlarında en iyi 10 ülke. <https://tr.euronews.com/2023/12/06/pisa-2022-dunyada-fen-matematik-ve-okuma-alanlarinda-en-iyi-10-ulke> (Erişim tarihi: 29.03.2024)
- Hülya, G. Ü. R., ve Hangül, T. (2015). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme stratejileri üzerine bir çalışma. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, 5(1), 95-112.
- Kalemkuş, F., ve Özek, M. B. (2021). 21. yüzyıl becerileri konusunda araştırma eğilimleri: 2000-2020 (Ocak Ayı). *MANAS Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 10(2), 878-900.
- Karabey, B., ve Yürümezoğlu, K. (2015). Yaratıcılık ve üstün yetenekliliğin bazı zeka kuramları açısından değerlendirilmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, (40), 86-107.
- Karakuş Aktan, E. D. A., Aslan, C., ve Yalçın, A. L. E. M. D. A. R. (2021). Okuma stratejisi eğitiminin matematik dersi problem çözme becerisine etkisi. *Ana Dili Eğitimi Dergisi*, 9(2).
- Karataş, İ. (2002). 8. sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecinde kullanılan bilgi türlerini kullanma düzeyleri (Master's thesis, Fen Bilimleri Enstitüsü).
- Karataş, İ., ve Güven, B. (2003). Problem çözme davranışlarının değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler: *Klinik mülakatın potansiyeli. İlköğretim Online*, 2(2).
- Kaygın, B., ve Çetinkaya, Ç. (2015). Yaratıcılığın değerlendirmesinde yeni yaklaşımlar. *Journal of Gifted Education and Creativity*, 2(1), 1-11.
- Keleş, T. (2021, October). Üstün yetenekli ve üstün yetenekli tanısı konulmamış lise öğrencilerinin yaratıcı problem çözme özelliklerinin karşılaştırılması. *Turkish Computer and Mathematics Education Symposium* (p. 95).
- Kirisci, N., Sak, U., ve Karabacak, F. (2020). The effectiveness of the selective problem solving model on students' mathematical creativity: A Solomon four-group research. *Thinking Skills and Creativity*, 38, 100719.

- Kirişçi, N., ve Sarıkaya, A. K. (2023). Öğretmen Adaylarının Yaratıcılığı Destekleme Düzeylerinin İncelenmesi. *Trakya Eğitim Dergisi*, 13(2), 977-988.
- Koç Koca A (2023). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel yaratıcılıkla ilgili görüşlerinin incelenmesi. *Rumelide Dil ve Edebiyat Araştırmaları Dergisi*, (Ö13), 677-686. 10.29000/rumelide.1379207
- Koloğlu, D. (2023). *Matematiksel üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının ve matematiksel iletişim becerilerinin incelenmesi*, (Yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129-145). Brill.
- Leikin, R., and Kloss, Y. (2011). Mathematical creativity of 8th and 10th grade students. In *Proceedings of the 7th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1084-1093). Rzeszów, Poland: European Society for Research in Mathematics Education.
- Leikin, R., and Lev, M. (2007, July). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In *Proceedings of the 31st international conference for the psychology of mathematics education* (Vol. 3, pp. 161-168).
- Mann, E. L. (2005). Mathematical creativity and school mathematics: Indicators of mathematical creativity in middle school students. *University of Connecticut*.
- Maulidia, F., Johar, R., ve Andariah, A. (2019). A Case Study Of Students'creativity In Solving Mathematical Problems Through Problem Based Learning. *Infinity Journal*, 8(1), 1-10.
- Mayer, R. E., and Wittrock, M. C. (2006). Problem solving. *Handbook of educational psychology*, 2, 287-303.
- Nacar, S. (2017). 2005-2014 yılları arasında üstün yeteneklilerin matematik eğitimi üzerine yapılan çalışmalar. *İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 4(8), 48-65.
- Nuha, M. A., Waluya, S. B., and Junaedi, I. (2018). Mathematical Creative Process Wallas Model in Students Problem Posing with Lesson Study Approach. *International Journal of Instruction*, 11(2), 527-538.
- Osakwe, I. J., Egara, F. O., Inweregbuh, O. C., Nzeadibe, A. C., Okeke, A. M., Agugoesi, O. J., ... and Danladi, B. (2023). Multiple solution tasks: An approach for enhancing secondary school students' mathematical creativity. *Multicultural Education*, 8(4), 73-84.
- Özdişçi, S., ve Katrancı, Y. (2020). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme ve problem oluşturma becerilerinin incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 49(226), 149-184.

- Özkale, U., Kılıç, F., ve Yelken, T. Y. (2020). İlkokul öğrencilerinin görüşlerine göre fen bilimleri dersinde yapılan etkinliklerin yaratıcı düşünme becerileri açısından incelenmesi. *Turkish Journal of Educational Studies*, 7(3), 139-168.
- Paker, T. (2015). Durum çalışması. Nitel araştırma: yöntem, teknik, analiz ve yaklaşımları.
- Rahayuningsih, S., Sirajuddin, S., ve Nasrun, N. (2021). Cognitive flexibility: exploring students' problem-solving in elementary school mathematics learning. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*, 6(1), 59-70.
- Regier, P., and Savic, M. (2020). How teaching to foster mathematical creativity may impact student self-efficacy for proving. *The Journal of Mathematical Behavior*, 57, 100720.
- Samurçay, N. (1983). Zekâ ve yaratıcılık. *Eğitim ve Bilim*, 8(45).
- Schindler, M., ve Lilienthal, A. J. (2020). Students' creative process in mathematics: Insights from eye-tracking-stimulated recall interview on students' work on multiple solution tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(8), 1565-1586.
- Sevgi, S., ve Karakaya, M. (2021). Ortaokul öğrencilerinin okuma alışkanlığı ve problem çözme becerisinin incelenmesi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41(2), 1203-1225.
- Siswono, T. Y. E. (2010). Leveling students'creative thinking in solving and posing mathematical problem. *Journal On Mathematics Education*, 1(1), 17-40.
- Smith, J. K., and Smith, L. F. (2010). Educational creativity. *The Cambridge handbook of creativity*, 250-264.
- Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM*, 41, 13-27.
- Suherman, S., and Vidákovich, T. (2022). Assessment of mathematical creative thinking: A systematic review. *Thinking Skills and Creativity*, 44, 101019.
- Şahin, Ç. (2004). Problem çözme becerisinin temel felsefesi. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, (10).
- Şanlıdağ, M., ve Aykaç, N. (2021). Zekâ oyunları dersinin öğrencilerin matematik problemi çözme tutumlarına ve matematik problemi çözmeye yönelik yansıtıcı düşünme becerilerine etkisi. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 597-611.
- Tanışlı, D., Köse, N. Y., ve Camci, F. (2017). Matematik öğretmen adaylarının örüntüler bağlamında genelleme ve doğrulama bilgileri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 5(3), 195-222.
- Tekin, H. H., ve Tekin, H. (2006). Nitel araştırma yönteminin bir veri toplama tekniği olarak derinlemesine görüşme. *Istanbul University Journal of Sociology*, 3(13), 101-116.

- Temel, H., ve Altun, M. (2020). Problem çözüme stratejilerinin matematiksel süreç becerilerine göre sınıflandırılması. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 7(3), 173-197.
- Treffinger, D. J., Isaksen, S. G., and Stead-Dorval, K. B. (2023). Creative problem solving: An introduction. Routledge.
- Tuncay, H. A., (2015). *Matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi*, (Yüksek Lisans Tezi). Cumhuriyet Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sivas.
- Tutar, M., ve Cihangir, A. (2023). *2001-2020 Yılları Arasında Türkiye’de Yapılan Ortaöğretim Matematik Eğitimindeki Kavram Yanılgıları Çalışmalarının Betimsel İçerik Analizi* (Yüksek Lisans Tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Öncü, T. (2003). Torrance yaratıcı düşünme testleri-şekil testi aracılığıyla 12-14 yaşları arasındaki çocukların yaratıcılık düzeylerinin yaş ve cinsiyete göre karşılaştırılması. *Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Dergisi*, 43(1), 221-237.
- Ulfah, U., Prabawanto, S., and Jupri, A. (2017, September). Students’ mathematical creative thinking through problem posing learning. *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 895, No. 1, p. 012097). IOP Publishing.
- Ülger, K. A. N. İ. (2020). Bloom taksonomisi perspektifinden öğrencilerin eleştirel düşünme ve yaratıcı düşünme becerileri arasındaki ilişki. *International Journal of New Trends in Arts, Sports and Science Education (IJTASE)*, 9(2), 63-70.
- Ünal, G. (2024). Okulda Yaratıcılık Temelli Bir Uygulama Önerisi. *Küllüye*, 5(1), 204-230.
- Yalçın, M. M., (2021). *Öğretimde yaratıcılık ölçeğinin geçerlik-güvenirlik çalışması ve okul öncesi öğretmenlerinin 48-72 aylar arasındaki çocukların yaratıcılıklarını destekleme durumlarının farklı değişkenler açısından incelenmesi*, (Doktora tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Yaman, S., ve Yalçın, N. (2005). Fen bilgisi öğretiminde probleme dayalı öğrenme yaklaşımının yaratıcı düşünme becerisine etkisi. *İlköğretim Online*, 4(1), 42-52.
- Yayuk, E., and As'ari, A. R. (2020). Primary School Students' Creative Thinking Skills in Mathematics Problem Solving. *European Journal of Educational Research*, 9(3), 1281-1295.
- Yazgan, Y., ve Arslan, Ç. (2017). Matematiksel sıra dışı problem çözüme stratejileri ve örnekleri. *Pegem A: Ankara*.
- Yılmaz, T. Y. (2014). *Öğrencilerin çok çözümlü problemlerde kullandıkları stratejilerinin belirlenmesi ve matematiksel yaratıcılıklarının değerlendirilmesi* (Yüksek lisans tezi). Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

Yılmaz, T. Y., ve Köse, N. Y. (2015). Öğrencilerin çok çözümlü problemler ile imtihanı: Çözümlerde kullanılan stratejilerin belirlenmesi. *Journal of Qualitative Research in Education*, 3(3)

Zhang, W., Sjoerds, Z., and Hommel, B. (2020). Metacontrol of human creativity: The neurocognitive mechanisms of convergent and divergent thinking. *NeuroImage*, 210, 116572.



7. EKLER

Ek 1: 7. Sınıf Çok Çözümlü Problemler

7. SINIF ÇOK ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLER

- 1) Mete bir oyuncak mağazasından koleksiyonu için birkaç kutu oyuncak asker almak istemektedir. Büyük, orta ve küçük boy oyuncak kutularının olduğu bu mağazada, her bir büyük kutunun içinde iki orta boy kutu ve her orta boy kutunun içinde de iki küçük kutu bulunmaktadır. 5 tane büyük boy kutu satın alan Mete, toplamda kaç kutu almış olur?
- 2) 160 cm yükseklikten serbest bırakılan bir top, zemine çarptıktan sonra her seferinde atıldığı yüksekliğin yarısı kadar zıplamaktadır. Top 5. kez zemine çarptığı anda, sadece aşağıya doğru aldığı yol toplam kaç cm'dir?
- 3) Bir okulun müzik kulübünün katılacağı konserde, her 9 öğrenci için 2 öğretmen görevli olacaktır. Bu konserde 16 öğretmen bulunduğuna göre kaç öğrenci vardır?
- 4) Cem ve Mine çikolatalı kurabiyelerle dolu bir kavanozdaki kurabiyelerin yarısını yemiştirler. Daha sonra Arda kavanozda kalan kurabiyelerin $\frac{1}{3}$ 'ünü, Selin ise Arda'dan sonra kavanozda kalan kurabiyelerin $\frac{1}{4}$ 'ünü yemiştir. Ardından Tarık gelerek kavanozdan 1 tane kurabiye almıştır. Son olarak Lale kurabiye kavanozuna baktığında geriye 2 kurabiyenin kaldığını görmüştür. Lale her şeyi gören Cem'e başlangıçta kavanozda kaç tane kurabiyenin olduğunu sormuştur. Lale'ye cevap verebilir misiniz?
- 5) Bir trafik lambası önce yeşilden sarıya, sonra da kırmızıya dönmekte ve bu şekilde sürekli yanmaya devam etmektedir. Buna göre trafik lambası 13. kez yandığında hangi renk görülür?

Ek 2: 8. Sınıf Çok Çözümlü Problemler

8. SINIF ÇOK ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLER

- 1) Bir sınıfta öğretmen, elindeki şekerlerden öğrencilerinin her birine 6'şar tane verirse 4 şeker artıyor. Eğer her birine 7'şer tane şeker verirse 10 şeker eksik kalıyor. Buna göre bu sınıfta kaç öğrenci vardır?
- 2) Anne, baba ve 4 çocuktan oluşan bir ailede, annenin yaptığı bir kekin $\frac{1}{6}$ 'sını baba yemiştir. Daha sonra ailenin en büyük çocuğu olan Leman kalan kekin $\frac{1}{5}$ 'ini yemiştir. İkinci çocuk Suzan ise kalan kekin $\frac{1}{4}$ 'ünü yemiştir. Akşam olduğunda 3. çocuk olan Murat gelmiş ve kalanın $\frac{1}{3}$ 'ünü yemiştir. Ardından en küçük çocuk Şehnaz da kalan kekin $\frac{1}{2}$ 'sini yemiştir. Son olarak kalan kekin hepsini ise anne yemiştir. Buna göre bu ailede en çok keki kim yemiş olur?
- 3) 10 metre uzunluğundaki bir kuyunun dibinde bulunan bir salyangoz, gündüzleri 3 metre yukarıya doğru tırmanmakta, geceleri ise 2 metre aşağıya kaymaktadır. Buna göre bu salyangoz yeryüzüne kaç günde çıkabilir?
- 4) Bir ilkokulda düzenlenen pinpon turnuvasına 16 öğrenci katılacaktır. Bu turnuva eleme usulüne dayalı olarak oynanacaktır. Yani oyunu kaybeden öğrenciler turnuvaya devam edemeyecektir. Buna göre bu turnuvayı kazanmak için kaç tane oyun oynanmalıdır?
- 5) Merve'nin koleksiyonundaki mizah kitaplarının 40'tan fazla fakat 70'ten az olduğu bilinmektedir. Kitaplar bir rafa 3'erli, 4'erli veya 5'erli gruplar halinde yerleştirildiğinde geriye her zaman 1 kitap kalmaktadır. Buna göre Merve'nin kaç tane mizah kitabı bulunmaktadır?

ÖZGEÇMİŞ

Adı-Soyadı : Miray ALÇI AYDOĞAN

Eğitim ve Mesleki Geçmişi:

- 2006, İnönü Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
- 2007-2010, Öğretmen, Muş-Korkut-Kümbet Yatılı İlköğretim Bölge Okulu, MEB
- 2010-2014, Öğretmen, Antalya-Alanya-Mahmutlar Yeni Mahalle Ortaokulu, MEB
- 2014-Halen, Öğretmen, Antalya-Alanya-Mahmutlar Selçuklu Ortaokulu

Yabancı Dil Bilgisi: İngilizce

